消費者理論

阪本 浩章 *

初稿：July 3, 2015　改訂：November 23, 2021

Contents

* 神戸大学経済学研究科 (sakamoto@econ.kobe-u.ac.jp)

このノートで学ぶこと

- 意思決定のモデル
  - 人は選び得る選択肢の中から最も好ましいものを選択する
  - 選好： 選択肢の集合上に定義された個人的なランキング
  - 予算集合： $S(p_1, p_2, M) := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \mid p_1 x_1 + p_2 x_2 = M\}$
  - $\succsim$ という選好を持つ消費者は次を同時に満たす (x_1^*, x_2^*) を選ぶ：

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M) \tag{1}$$

$$(x_1^*, x_2^*) \in S(p_1, p_2, M) \tag{2}$$

  - (1)–(2) を満たす (x_1^*, x_2^*) を価格 p や所得 M の関数と見たものを需要関数と呼び，$x_1^d(p_1, p_2, M)$, $x_2^d(p_1, p_2, M)$ と書く
- 効用最大化問題
  - 効用関数：選好を関数で表現したもの．(1) と (2) は次のように書ける：

$$(x_1^*, x_2^*) \in \operatorname*{argmax}_{(x_1,x_2)\in S(p_1,p_2,M)} U(x_1, x_2)$$

  - 需要関数の導出： 次の連立方程式を (x_1^*, x_2^*) について解く

$$\frac{U_1(x_1^*, x_2^*)}{U_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{p_1}{p_2}, \qquad p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \tag{3}$$

- 労働・余暇選択
  - 予算集合： $S(p, w, m) := \{(x, r) \in \mathbb{R}^2_+ \mid px + wr = w\bar{z} + m \text{ and } r \le \bar{z}\}$
  - 財と余暇の需要： 次の連立方程式を (x^*, r^*) について解く

$$\frac{U_1(x^*, r^*)}{U_2(x^*, r^*)} = \frac{p}{w}, \qquad px^* + wr^* = w\bar{z} + m \tag{4}$$

  - 労働の供給： $\bar{z}$ のうち r^* だけ余暇に使うので，労働時間は $z^* = \bar{z} - r^*$
  - (4) を満たす x^*, r^* を p, w, m の関数と見たものを需要関数と呼び，それぞれ $x^d(p, w, m), r^d(p, w, m)$ と書く
  - 消費者が選ぶ労働時間 z^* を p, w, m の関数と見たものを労働供給関数と呼び $z^s(p, w, m)$ と書く（$z^s(p, w, m) := \bar{z} - r^d(p, w, m)$）
- 集計
  - 集計需要関数： $X^d(p, w) := \sum_{i=1}^I x_i^d(p, w, m_i)$
  - 逆集計需要関数： $X^d(p, w)$ の p に関する逆関数 $p^d(X)$
  - 集計労働供給関数： $Z^s(p, w) := \sum_{i=1}^I z_i^s(p, w, m_i)$

1　消費者の意思決定モデル

人の行動は，それが意識的になされたものである限り，何らかの「意思決定」の結果であると見なせる．例えばある財を購入するという行動は，「(そのお金で別の財を買うこともできたのに）代金を払ってその財を手に入れることが好ましい」と判断したことの結果である．また，ある人が週末にアルバイトをするとしたら，それはその人が「(週末を自宅でのんびりと過ごすこともできたのに）時間を割いて所得を上昇させることが好ましい」と判断したからに他ならない．このように人の行動は，「複数の可能な選択肢（alternatives）の中から一つの選択肢だけを選び出す」という意思決定の帰結として生じる．我々の目的は，この意思決定のプロセスを数学を用いて記述することである．

1.1　選好

選択肢の集合を S と書くことにする．とりわけ我々にとって関心があるのは，S に含まれる選択肢の間に何らかのトレードオフが存在する場合である．トレードオフとは，例えばある財をたくさん購入すれば他の財はその分購入できなくなるし，アルバイトに従事して所得を上げようとすれば自由に使える時間は減ってゆく，というような関係を指す．具体的な文脈を与えよう．6 ドルの予算からひとつ 1 ドルの財を x_1 個購入すれば，所持金は $x_2 := 6 - x_1$ ドルになる，というようなケースを例にとる．この時の選択肢の集合は

$$S := \{(0,6),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(6,0)\} \tag{5}$$

のように書けるだろう．この S の中から，ある人は $(x_1, x_2) = (4,2)$ を選ぶかもしれない．あるいは倹約家であれば，より多くの所持金を残すように $(x_1, x_2) = (2,4)$ を選ぶだろう．ある選択肢が別の選択肢より好ましいかどうかは，その人がどのような好みを持っているかによる．

　これは言い換えれば，集合 S に含まれる選択肢を「最も好ましいもの」から「最も好ましくないもの」まで順序付けてもらった時に，できあがったランキングが人によって異なるということである．このような，選択肢の集合の上に定義されるランキングのことを選好（preference）と呼び，$\succsim$ という記号を用いて表記する．選好は人によって異なるものだから，A さんの選好は $\succsim_A$，B さんの選好は $\succsim_B$ といった形で，個人ごとのランキングの違いを強調して書くこともある．

　選好の表記に関して，いくつかの約束ごとを定めておく．まず，$\succsim$ という選好を持っている人にとって「ある選択肢 (x_1, x_2) が別の選択肢 (x_1', x_2') よりも好ましい」ということを

$$(x_1, x_2) \succ (x_1', x_2') \tag{6}$$

のように書くと約束する．また，「ある選択肢 (x_1, x_2) が別の選択肢 (x_1', x_2') と同

程度に好ましい」とき，言い換えれば，この人にとって「(x_1, x_2) と (x_1', x_2') とが無差別（indifferent）である」とき

$$(x_1, x_2) \sim (x_1', x_2') \tag{7}$$

と表記する．さらに，「ある選択肢 (x_1, x_2) が別の選択肢 (x_1', x_2') と少なくとも同程度に好ましい」という場合には

$$(x_1, x_2) \succsim (x_1', x_2') \tag{8}$$

と書く[1]．

以上の表記方法を用いれば，例えば A さんの選好 $\succsim_A$（つまりは S 上のランキング）は

$$(2,4) \succsim_A (3,3) \succsim_A (1,5) \succsim_A (4,2) \succsim_A (5,1) \succsim_A (0,6) \succsim_A (6,0) \tag{10}$$

であるが，B さんの選好 $\succsim_B$ は，A さんのそれとは異なり，

$$(4,2) \succsim_B (3,3) \succsim_B (5,1) \succsim_B (2,4) \succsim_B (1,5) \succsim_B (6,0) \succsim_B (0,6) \tag{11}$$

である，といった書き方が可能になる．

1.2 意思決定

経済学で用いられる意思決定のモデルは，非常にシンプルかつ素直なものである．言葉で端的に表現するならば，それは次のようなものになろう．つまり，経済学における意思決定のモデルは「人は選び得る選択肢の中からその人にとって最も好ましいものを選択する」というものである．消費者理論で採用する意思決定のモデルは，基本的にこれで全てと言ってよい．この意思決定のモデルを，数学を用いて記述してゆく．

引き続き，選択肢の集合を S で表わす．また，ある人の選好（くどいようだが，それはこの人にとってのランキングである）が S 上に定義されているとして，それを $\succsim$ と書こう．これらの表記を用いると，上で述べた意思決定のモデルは次のように言い換えられる．つまり，経済学では「選択肢の集合 S が与えられた時，$\succsim$ という選好を持つ人は

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S \tag{12}$$

[1]つまり

$$(x_1, x_2) \succsim (x_1', x_2') \iff (x_1, x_2) \sim (x_1', x_2') \text{ or } (x_1, x_2) \succ (x_1', x_2') \tag{9}$$

である．

を満たす選択肢 $(x_1^*, x_2^*) \in S$ を選ぶ」と考える．例えばいま，選択肢の集合 S が (5) で与えられているとしよう．この時，(10) のような選好 $\succsim_A$ を持つ A さんは，S の中から $(x_1, x_2) = (2, 4)$ という選択肢を選ぶはずである．あるいは，(11) のような選好 $\succsim_B$ を持つ B さんであれば，S の中から $(x_1, x_2) = (4, 2)$ という別の選択肢を選ぶだろう．経済学が依って立つ意思決定のモデルは，このように素直で理解し易いものである．

1.3　制約付き意思決定

上の例では，S という集合に含まれるものであればいずれの選択肢も選ぶことができると考えた．しかしながら，ある状況では選ぶことのできた選択肢が，別の状況では選択できなくなる，ということがある．例えばある財の価格が上昇すれば，それと同時に所得が増えるのでない限り，その財をたくさん購入することは難しくなる．あるいはアルバイトの時給が下がれば，自由な時間と所得とのトレードオフはより厳しいものになるだろう．一方，状況によっては，選ぶこのとできる選択肢が増えることもある．所得が上昇すれば，購入することのできる財の量は多くなる．財の価格が低下すれば，それまでには選ぶことのできなかった財の組合せを購入することが可能となる．選ぶことのできる選択肢が変化すれば，一般に，意思決定の結果も以前とは異なったものになる．

具体的な例として「潜在的な」選択肢の集合が

$$\bar{S} := \{(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0)\} \tag{13}$$

で与えられている場合を再び考えよう．この時，

$$(2, 4) \succsim (3, 3) \succsim (1, 5) \succsim (4, 2) \succsim (5, 1) \succsim (0, 6) \succsim (6, 0) \tag{14}$$

のような選好 $\succsim$ を持つ人は，$\bar{S}$ の中から $(x_1, x_2) = (2, 4)$ という選択肢を選ぶであろう，と我々は考えるのであった．しかし何らかの理由によって，$\bar{S}$ 全体ではなく，その部分集合

$$S := \{(3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \subset \bar{S} \tag{15}$$

の中からしか選択できなくなったとしたらどうだろう．この場合にも，依然として経済学の意思決定モデルが妥当する．つまり，「人は選び得る選択肢の中からその人にとって最も好ましいものを選択する」のであるから，

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S \tag{16}$$

を満たす選択肢 $(x_1^*, x_2^*) \in S$ が選ばれると考えればよいのである．選好は (14) で与えられていたから，S に含まれる選択肢の中でランキングの最も上位に位置す

るのは $(3,3)$ である．したがってこの場合，経済学の意思決定モデルに基く我々の予測は，S の中から $(x_1, x_2) = (3,3)$ という選択肢が選ばれるだろう，というものになる．また別の状況として，

$$S := \{(1,5), (5,1)\} \subset \bar{S} \tag{17}$$

の中からしか選択できなくなったとしたら，我々の予測はどのように修正されるべきだろうか．言うまでもなく，前の例と同様にして

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S \tag{18}$$

を満たす $(x_1^*, x_2^*) \in S$ を探せばよい．よって，この場合に選ばれる選択肢は $(x_1, x_2) = (1,5)$ である．

1.4 消費者の意思決定

より興味深い設定として，潜在的な選択肢の集合 $\bar{S}$ が，(13) ではなく，

$$\bar{S} := \mathbb{R}_+^2 := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 \geq 0 \text{ and } x_2 \geq 0\} \tag{19}$$

で与えられているケースを考えよう．ここで，x_1 と x_2 は二つの異なる財の消費量をそれぞれ表わす[2]．我々は，この $\bar{S}$ の上に選好 $\succsim$（もう一度書くが，それは $\bar{S}$ の要素を好ましいものから順に並べたランキングである）を持つような人を想定する．ここではそのような人を，消費者（consumer）と呼ぼう．(19) のケースでは，$\bar{S}$ の中に無限個の選択肢が含まれているので，(14) のような形で $\succsim$ を表現することは難しい．しかし二つの財が（多くの場合そう仮定されるように）いずれも好ましいものであるならば，

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in \bar{S} \tag{20}$$

を満たす選択肢 $(x_1^*, x_2^*) \in \bar{S}$ は，おそらく (∞, ∞) であろう[3]．つまり我々が想定する消費者は，もしそれが選べるのであれば，可能な限り多くの財が得られる選択肢を選ぶはずである[4]．

　ただ実際には，消費者は $\bar{S}$ の中から自由に選択肢を選べるわけではない．消費者が選ぶことのできる選択肢の集合は，財の価格や予算によって制約を受けるか

---

[2]経済学では「財（goods)」という言葉を非常に広い意味で用いる．りんごや鉛筆のような「物」だけでなく，ホテルでの宿泊やカフェで過ごす時間といった「サービス」，あるいは労働時間やお金さえも財の一種として取り扱われる．

[3]正確には，無限（infinite）を表わす ∞ は実数の集合 $\mathbb{R}$ に含まれないが，ここでは説明の便宜のためにこのような表現を採用する．

[4]獲得した財を一度に消費する必要は必ずしもなく，また財を保存しておくスペースの心配をする必要もないと仮定すれば，これはごく自然な考え方である．

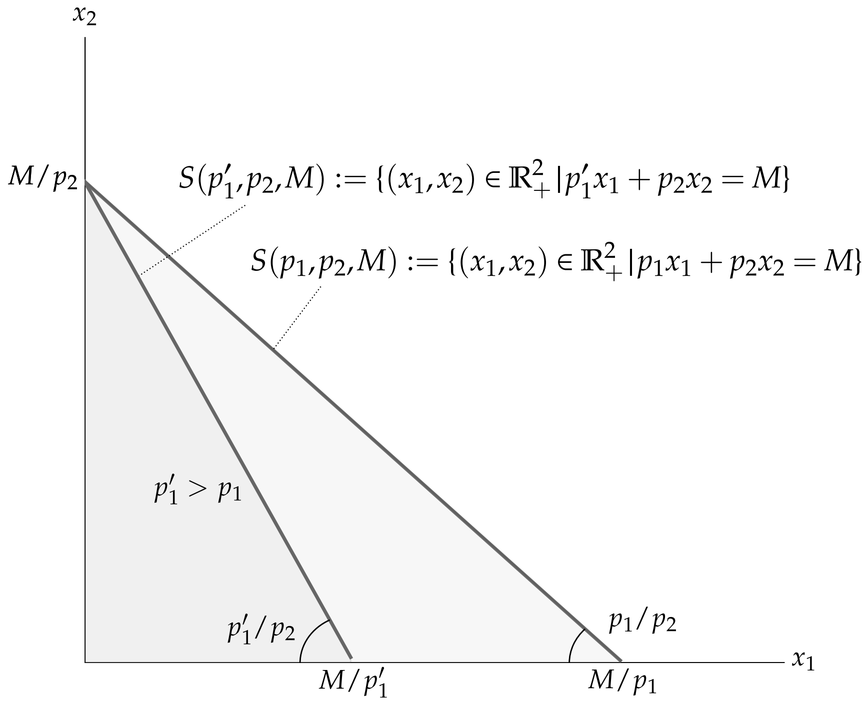

図 1: 価格の変化による予算集合の変化

らである．この点をフォーマルに表現するために，所得（予算）を $M > 0$ と表記し，それぞれの財の単位価格を $p_1 > 0$ および $p_2 > 0$ で表わそう．すると消費者が直面する選択肢の集合は，

$$S := \{(x_1, x_2) \in \bar{S} \,|\, p_1x_1 + p_2x_2 = M\} \tag{21}$$

という部分集合として表現することができる[5]．一般に，(21) で定義される集合 S のことを予算集合（budget set）あるいは予算線（budget line）と呼ぶ．予算集合 S は，図 1 に示したように，価格 (p_1, p_2) や所得 M の値によって変化する．言い換えれば，S にどのような選択肢が含まれるかは (p_1, p_2, M) に依存する．この事実をより明示的に表わすために，(21) で定義される予算集合をこれ以降は $S(p_1, p_2, M)$ と書くことにしよう．

以上の表記を用いると，消費者の意思決定モデルを次のように表現することができる．所得が M で財価格が (p_1, p_2) である時，$\succsim$ という選好を持つ消費者は

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M) \tag{23}$$

[5]所得を使い切らないという選択を許容すれば，

$$S := \{(x_1, x_2) \in \bar{S} \,|\, p_1x_1 + p_2x_2 \leq M\} \tag{22}$$

となるが，(21) のように等号で制約を考えることはなんら一般性を失うものではない．

および

$$(x_1^*, x_2^*) \in S(p_1, p_2, M) \tag{24}$$

を満たすような (x_1^*, x_2^*) を選ぶ．これが，経済学における消費者のモデルである．基本的にはこのモデルを用いて，資源配分メカニズムとしての市場の機能を解明したり，あるいは政府が政策を導入した場合の効果を検討したりするのである．

今の段階でもう一度注意しておくべき点は，価格 (p_1, p_2) や所得 M の値によって，予算集合 $S(p_1, p_2, M)$ が変化するということである．そして予算集合が変化すれば，消費者によって選ばれる選択肢も変化する．このことは，先に 1.3 節で挙げた例からも容易に理解されよう．したがって，(23) と (24) とを満たす (x_1^*, x_2^*) は，(p_1, p_2, M) の値に応じて異なったものになる．これはつまり，消費者によって需要される財の組合せが (p_1, p_2, M) の関数になるということである．そのような関数を，我々は需要関数（demand function）と呼ぶことになる．

2　需要関数の導出

消費者理論の主要な課題は，(23) と (24) とを満たす (x_1^*, x_2^*) が（つまりは各財に対する需要が），価格や所得の値に応じてどのように変化するのかをフォーマルに特徴付けることである．そのために，以下では問題を「より解き易い形」に書き換える作業を行う．ここで強調しておくべきことは，今から行う作業は問題の「書き換え」に過ぎないという点である．我々の目的は，あくまで (23) と (24) とを満たす (x_1^*, x_2^*) を特定し，それを特徴付けることにある．

2.1　選好の関数表現

問題を「より解き易い形」に書き換えるために，選好の関数表現（functional representation）というものを考える．具体的には，ある関数 $U : \bar{S} \to \mathbb{R}$ について

$$U(x_1, x_2) \geq U(x_1', x_2') \iff (x_1, x_2) \succsim (x_1', x_2') \tag{25}$$

がどのような $(x_1, x_2), (x_1', x_2') \in \bar{S}$ についても成立するとき，関数 U は選好 $\succsim$ の関数表現である，あるいは U は $\succsim$ を代表（represent）すると言う．つまり選好の関数表現とは，定義域上で選好と全く同じランキングを与える関数のことである．このような関数のことを，効用関数（utility function）と呼ぶ．例えば，

$$\bar{S} := \{(0,6), (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1), (6,0)\} \tag{26}$$

として，

$$(2,4) \succsim (3,3) \succsim (1,5) \succsim (4,2) \succsim (5,1) \succsim (0,6) \succsim (6,0) \tag{27}$$

で定義される選好 $\succsim$ を考えよう．この選好は，

$$U(x_1, x_2) := x_1^{1/3} x_2^{2/3} \quad \forall (x_1, x_2) \in \bar{S} \tag{28}$$

で定義される関数 $U : \bar{S} \to \mathbb{R}$ によって代表される．というのも，簡単な数値計算によって

$$U(2,4) \geq U(3,3) \geq U(1,5) \geq U(4,2) \geq U(5,1) \geq U(0,6) \geq U(6,0) \tag{29}$$

が成立することが分かるからである．(27) と (29) とを見比べてみれば，この関数 U が (25) を満たすことが確認できるはずである．

ここで重要な補足として，選好の関数表現は一意に決まらないという点を指摘しておく．つまり，同一の選好を代表する効用関数は無数に存在する．この点を確認するために，(28) で定義される U に代えて，

$$\tilde{U}(x_1, x_2) := 1 + 2U(x_1, x_2) = 1 + 2x_1^{1/3} x_2^{2/3} \quad \forall (x_1, x_2) \in \bar{S} \tag{30}$$

なる別の関数 $\tilde{U} : \bar{S} \to \mathbb{R}$ を考えてみよう．すると，この $\tilde{U}$ についても

$$\tilde{U}(2,4) \geq \tilde{U}(3,3) \geq \tilde{U}(1,5) \geq \tilde{U}(4,2) \geq \tilde{U}(5,1) \geq \tilde{U}(0,6) \geq \tilde{U}(6,0) \tag{31}$$

が成立することが直ちに分かる．したがって，$\tilde{U}$ は $\succsim$ の（別の）関数表現である．また別の例として，

$$\hat{U}(x_1, x_2) := \ln(U(x_1, x_2)) = \frac{1}{3}\ln(x_1) + \frac{2}{3}\ln(x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in \bar{S} \tag{32}$$

なる関数 $\hat{U} : \bar{S} \to \mathbb{R}$ を考えてみよう．対数関数が増加関数であることを思い出せば，この $\hat{U}$ についても，

$$\hat{U}(2,4) \geq \hat{U}(3,3) \geq \hat{U}(1,5) \geq \hat{U}(4,2) \geq \hat{U}(5,1) \geq \hat{U}(0,6) \geq \hat{U}(6,0) \tag{33}$$

が成り立つことが分かる．したがって，$\hat{U}$ は $\succsim$ の（また別の）関数表現である．

同一の選好を代表する効用関数が無数に存在するという事実は，効用関数があくまで選択肢のランキングを表現したものに過ぎないということを反映している[6]．効用関数の「値」は，ランキングに掲載されている選択肢に与えられた「スコア」のようなものである．ランキングで重要なのは選択肢間の相対的な位置関係（順位）のみであるから，それぞれの選択肢に与えられるスコアそのものに意味はない．同じランキングについて，100 点満点のスケールでそれぞれの選択肢のスコア

[6]効用関数がランキングの表現に過ぎないという事実を強調して，効用は序数的測度（ordinal measure）であると言うことがある．

を考えることもできれば，5 点満点でスコアを考えることも，あるいは 2000 点満点でスコアを考えることもできるからである．

2.2　効用最大化問題

選好の関数表現を用いると，「(23) と (24) とを満たす (x_1^*, x_2^*) を特徴付ける」という問題を，関数の制約付最適化問題に書き換えることができる．このことを確認するために，$\bar{S}$ 上の選好 $\succsim$ が効用関数 $U : \bar{S} \to \mathbb{R}$ によって代表されているとしよう．このとき，

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M) \tag{34}$$

を満たす $(x_1^*, x_2^*) \in S(p_1, p_2, M)$ を見つけ出すことは，

$$U(x_1^*, x_2^*) \geq U(x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M) \tag{35}$$

を満たす $(x_1^*, x_2^*) \in S(p_1, p_2, M)$ を見つけ出すことに等しい．というのも，$\succsim$ と U とは同一のランキングを与えるものだからである．そして (35) は，

$$(x_1^*, x_2^*) \in \operatorname*{argmax}_{(x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M)} U(x_1, x_2) \tag{36}$$

という，より親しみのある形式に書き直すことができる．(36) のような問題を効用最大化問題（utility maximization problem）と呼び，(36) を満たす (x_1^*, x_2^*) をその解（solution）と呼ぶ．つまり効用最大化問題の解は，

$$S(p_1, p_2, M) := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid p_1 x_1 + p_2 x_2 = M\} \tag{37}$$

という予算集合上で関数 $U : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$ の最大値を与えるものに他ならない．

　我々は，このような形式で与えられる制約付最適化問題について，その解を見つけ出す方法を既に知っている．つまり我々は，数学補論の定理 3 から，$(x_1^*, x_2^*) \in \mathbb{R}_+^2$ が $S(p_1, p_2, M) \subset \mathbb{R}_+^2$ 上で $U : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$ の最大値を与えるならば，

$$\frac{U_1(x_1^*, x_2^*)}{U_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{p_1}{p_2} \tag{38}$$

および

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \tag{39}$$

が成立していなければならない，ということを既に知っている．したがって，効用最大化問題の解を見付け出すためには，(38) と (39) とを連立させて，それを (x_1^*, x_2^*) について解けばよいのである．なお，効用関数の偏微分係数 $U_i(x_1, x_2)$ の

ことを限界効用（marginal utility）と呼び，偏微分係数の比 $U_1(x_1, x_2)/U_2(x_1, x_2)$ のことを限界代替率（marginal rate of substitution）と呼ぶ．この表現を用いれば，(38) の条件は「限界代替率が相対価格に等しい」と読むことができる．

繰り返しになるが，我々の「目的」は，あくまで (23) と (24) とを満たす (x_1^*, x_2^*) を特定し，それを特徴付けることにある．効用最大化問題を解くのは，そのような (x_1^*, x_2^*) を見つけ出すための「手段」に過ぎない．これは，少なくない学生が誤解をする点なので，改めて強調しておく．経済学における消費者理論は，人々が効用最大化問題を解いているとは仮定していない．人々の意思決定に関して仮定されているのは，「人は選び得る選択肢の中からその人にとって最も好ましいものを選択する」ということだけである．その意思決定の結果としてどのような財の組合せが需要されるのかを「我々が」知るために，効用最大化問題を「我々が」解くのである．

2.3　効用関数に関する注意

これ以降の議論では，選好の関数表現（すなわち効用関数）を前面に出して話を進めることになるが，効用関数の解釈にはいささか注意が必要である．とくに，効用関数は背後にある選好を関数で表現したものに過ぎず，分析者の便宜のためだけに導入された概念的な道具である，ということを肝に銘じておくべきである．

入門レベルの経済学の教科書では，選好に関する話題には一切触れず，効用関数を議論の出発点とすることが多い．これは，そのほうが（おそらくは教える側にとって）楽だからである．しかしながら，長い目で見ればそのようなアプローチは学習者にとっても効率的でなく，そればかりか，経済学そのものに対する不要な誤解も招きやすい．例えば，「経済学では人々の幸せの度合いを数値で計測できると仮定して話をする」という主張は，効用関数から話を始めた結果として生じる典型的な誤解である．経済モデルに登場する消費者は，形式的には，効用関数の数値が最も高くなるように行動する．しかし経済モデルにおいて消費者が実際に解いているのは，「選び得る選択肢の中から最も好ましいものを選択する」という極めて自然な問題であり，その過程において「幸せの度合いを計測する」必要など一切生じない．実際，効用関数の「数値そのもの」には何の意味もないのである．これは，効用関数があくまでランキングを表現したものであり，したがって同一の選好が無数の異なる効用関数によって代表されるということを理解していれば自ずと明らかであろう．

2.4　需要関数

1.4 節で，我々は消費者の意思決定モデルを次のように表現した．つまり，選択肢の集合 $\bar{S} := \mathbb{R}_+^2$ の上に $\succsim$ という選好を持つ消費者は，所得と財の価格が M と

(p_1, p_2) でそれぞれ与えられている時，

$$(x_1^*, x_2^*) \succsim (x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M) \tag{40}$$

と

$$(x_1^*, x_2^*) \in S(p_1, p_2, M) \tag{41}$$

とを同時に満たす (x_1^*, x_2^*) を選ぶ，というものである．ただしここで，$S(p_1, p_2, M)$ は

$$S(p_1, p_2, M) := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \,|\, p_1 x_1 + p_2 x_2 = M\} \tag{42}$$

によって定義される予算集合である．(40) と (41) とを同時に満たす (x_1^*, x_2^*) は (p_1, p_2, M) の関数になり，それを需要関数と呼ぶのであった．我々の次の目的は，この需要関数を求めることである．

需要関数は，2.2 節の議論から，効用最大化問題の解として求めることができる．具体的なイメージを持ってもらうために，例えば選好 $\succsim$ の関数表現が

$$U(x_1, x_2) := x_1^{1/2} x_2^{1/2} \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \tag{43}$$

で与えられているようなケースを考えよう．すると (40) と (41) とを同時に満たす (x_1^*, x_2^*) は，効用最大化問題

$$(x_1^*, x_2^*) \in \underset{(x_1, x_2) \in S(p_1, p_2, M)}{\operatorname{argmax}} U(x_1, x_2) \tag{44}$$

の解と一致する．我々は，この (x_1^*, x_2^*) がどのような値かはまだ知らない．ただ数学補論の定理 3 から，(x_1^*, x_2^*) が

$$\frac{U_1(x_1^*, x_2^*)}{U_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{p_1}{p_2} \tag{45}$$

かつ

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \tag{46}$$

を満たすことは知っている．したがって，(45) と (46) を (x_1^*, x_2^*) について解けば，(x_1^*, x_2^*) の値を求めることができるはずである．

いま，U は (43) で定義されていたから，各変数に関する偏微分係数（つまり限界効用）は

$$U_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{-1/2} \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2, \tag{47}$$

$$U_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{1/2} \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \tag{48}$$

である．よって，(45) を用いれば

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{U_1(x_1^*, x_2^*)}{U_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{x_1^*}{x_2^*}\right)^{-1/2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{x_1^*}{x_2^*}\right)^{1/2}} = \frac{x_2^*}{x_1^*} \iff x_2^* = \frac{p_1}{p_2}x_1^* \tag{49}$$

を得る．これを (46) と合わせれば

$$p_1 x_1^* + p_2 \frac{p_1}{p_2} x_1^* = M \iff x_1^* = \frac{M}{2p_1} \tag{50}$$

であり，いま求めた $x_1^* = M/(2p_1)$ を (49) に代入することで

$$x_2^* = \frac{p_1}{p_2}x_1^* = \frac{M}{2p_2} \tag{51}$$

を得る．したがって，連立方程式 (45)–(46) の解 (x_1^*, x_2^*) は，

$$(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{M}{2p_1}, \frac{M}{2p_2}\right) \tag{52}$$

であり，これが $S(p_1, p_2, M)$ 上で U を最大にする x_1 と x_2 の組である．

いま求めた (x_1^*, x_2^*) が，(p_1, p_2, M) の値によって変化することに注意しよう．したがって，既に予告しておいた通り，需要関数は価格と所得の関数になる．このことをより明示的に表現するために，各財に対する需要関数を，それぞれ

$$x_1^d(p_1, p_2, M), \quad x_2^d(p_1, p_2, M) \tag{53}$$

のように書く．つまり

$$x_1^d(p_1, p_2, M) := \frac{M}{2p_1}, \quad x_2^d(p_1, p_2, M) := \frac{M}{2p_2} \tag{54}$$

である．この例からは，ある財の価格が上昇すると，その財に対する需要が減少するという自然な関係が見てとれる．一方，所得が上昇した場合には財に対する需要が高まるという，これまた直観と整合的な関係も表現されている．経済学の消費者モデルからは，適切な仮定の下で，このような極めて自然な特徴を持った需要関数が導き出されるのである．ここで注意すべきことは，我々は需要と価格・所得との間にそのような関係を仮定したわけではない，ということである．我々が仮定したのは，選び得る選択肢の中から最も好ましいものを選択するという意思決定のルールと，消費者の選好が (43) のような関数表現を持つということだけである．需要関数はその結果として導き出されたものであり，導出された関数が直観に適った自然な特徴を備えていることは，決して自明なものではない．

別の例として，選好 $\succsim$ の関数表現が

$$U(x_1, x_2) := \left(x_1^{1/2} + x_2^{1/2}\right)^2 \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \tag{55}$$

で与えられているようなケースを考えよう．すると，限界代替率は

$$\begin{aligned} \frac{U_1(x_1, x_2)}{U_2(x_1, x_2)} &= \frac{2\left(x_1^{1/2} + x_2^{1/2}\right)\frac{1}{2}x_1^{-1/2}}{2\left(x_1^{1/2} + x_2^{1/2}\right)\frac{1}{2}x_2^{-1/2}} \\ &= \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1/2} \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \end{aligned} \tag{56}$$

と計算できるから，(x_1^*, x_2^*) が効用最大化問題の解ならば

$$\begin{aligned} \frac{U_1(x_1^*, x_2^*)}{U_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{p_1}{p_2} &\iff \left(\frac{x_2^*}{x_1^*}\right)^{1/2} = \frac{p_1}{p_2} \\ &\iff x_2^* = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 x_1^* \end{aligned} \tag{57}$$

を満たすはずである．さらに，(x_1^*, x_2^*) は予算集合 $S(p_1, p_2, M)$ に含まれていなければならないので，

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \tag{58}$$

も同時に満たす．よって，(57) と (58) とを合わせれば，

$$x_1^* = \frac{p_2}{p_1 + p_2}\frac{M}{p_1} \tag{59}$$

が得られ，さらにこれを (57) に代入して

$$x_2^* = \frac{p_1}{p_1 + p_2}\frac{M}{p_2} \tag{60}$$

が求まる．したがって，この場合の需要関数は

$$x_1^d(p_1, p_2, M) = \frac{p_2}{p_1 + p_2}\frac{M}{p_1}, \quad x_2^d(p_1, p_2, M) = \frac{p_1}{p_1 + p_2}\frac{M}{p_2} \tag{61}$$

である．

2.5 幾何的な説明

最後に，効用最大化問題と需要関数について幾何的な（つまりは図を用いた）説明を加えておく．効用最大化問題の解は (38) の条件を満たすが，これは既に述べたように，「限界代替率（効用関数の偏微分係数の比）が相対価格に等しい」ことを

意味する．そして，数学補論で解説した通り，2 変数関数の偏微分係数の比は関数の等高線の接線の傾きを表わすものである．経済学では，効用関数の等高線のことを無差別曲線（indifference curve）と呼ぶ[7]．したがって (38) の条件は，「無差別曲線の接線の傾きが価格比と一致する」と読むことができる．これを (39) の条件と併せて考えれば，効用関数を最大化する (x_1^*, x_2^*) においては，「無差別曲線が予算集合とちょうど接する形になっていなければならない」という幾何的な解釈が与えられる．

具体的な図を用いて説明しよう．図 2 は，典型的な効用関数 $U(x_1, x_2)$ を 3 次元のグラフとして描いたものである．効用最大化問題とは，予算集合 $S(p_1, p_2, M)$ に含まれる (x_1, x_2) の中から，効用関数 U の値を最大にするものを見つけ出すことであった．これは幾何的には，予算線を通るように U のグラフを垂直に切断し，その切り口によって与えられる 2 次元のグラフの頂点を探すことに等しい．図 2 では切り口のグラフは単峰の山型になっており，(x_1^*, x_2^*) でちょうど頂点を迎える．我々が効用最大化問題の解と呼んでいるものは，この (x_1^*, x_2^*) のことである．

この (x_1^*, x_2^*) を見つけ出すために，「そこではどのような条件が満たされていなければならないか」を考えよう．これは，1 変数関数の最大値を与える点を見つけ出す際に，「グラフの傾きがゼロになっていなければならない」という条件を考えるのと同じことである．図 2 から明らかなように，$U(x_1^*, x_2^*)$ を通る平面で U のグラフを水平に切断した場合，その切り口は予算線を通る垂直な平面とちょうど接するような形になっている．したがってこの図を真上から覗き込むと，図 3 が得られる．そしてこの図 3 から，(x_1^*, x_2^*) において「無差別曲線が予算集合とちょうど接する形になっている」ことが確認できよう．これが，(38) と (39) の幾何的な意味であり，我々はこの条件を用いて (x_1^*, x_2^*) を見つけ出すのである．

同様の図を用いて，価格や所得の変化に対する需要の反応を示すこともできる．例えば，ある消費者の選好が (55) のような効用関数によって代表されているとしよう．図 4 は，財 1 の価格が p_1 から $p_1' > p_1$ を経て，さらには $p_1'' > p_1'$ まで上昇した場合の，この消費者の需要点の変化を図示したものである．この図から，価格が上昇するにつれて財 1 の需要が減少することが見てとれる．一方，その過程で財 2 の需要は逆に増加してゆく[8]．つまり，値上りした財の購入を控える代わりに，この消費者は（相対的に安くなった）別の財の購入を増やすのである．このことは，(61) で与えられる需要関数について，$x_1^d(p_1, p_2, M)$ が p_1 の減少関数であるのに対して $x_2^d(p_1, p_2, M)$ が p_1 の増加関数であることからも確認できる．したがってこの場合，需要関数のグラフは図 5 のような形状をとる．

[7] これは，効用関数の等高線が，その背後にある選好に照らして考えた場合に「互いに無差別な（つまり $(x_1, x_2) \sim (x_1', x_2')$ となるような）選択肢を集めたもの」と解釈できるからである．

[8] これは，(55) のような効用関数を持つ消費者にとっては，代替効果（substitution effect）が所得効果（income effect）を上回るからであるが，この講義ノートではその詳細に立ち入らない．

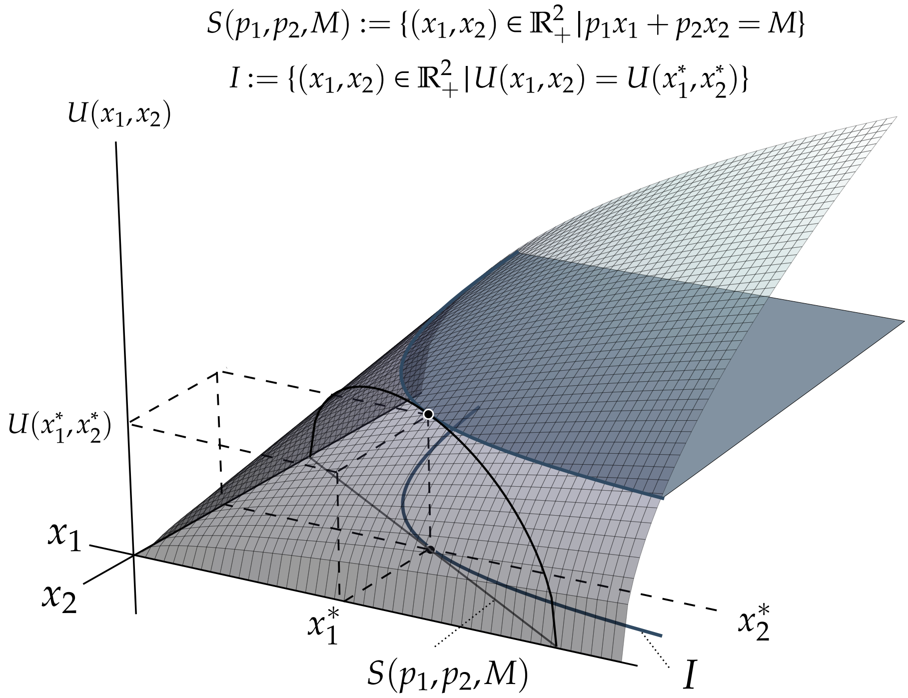

図 2: 効用関数 $U(x_1, x_2)$ の制約付最大化

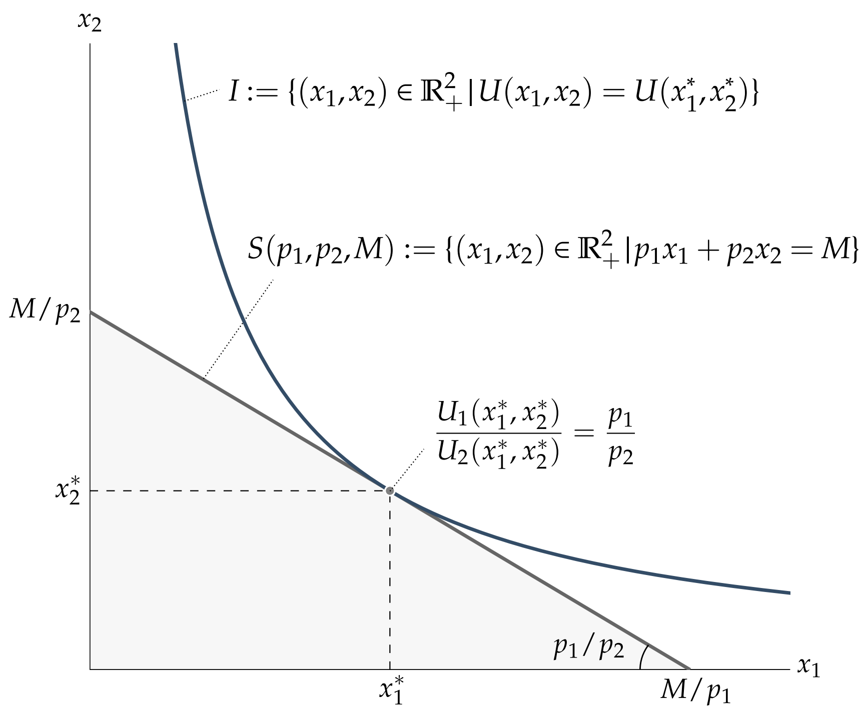

図 3: 最適点 (x_1^*, x_2^*) を通る無差別曲線 I は予算線 S に接する

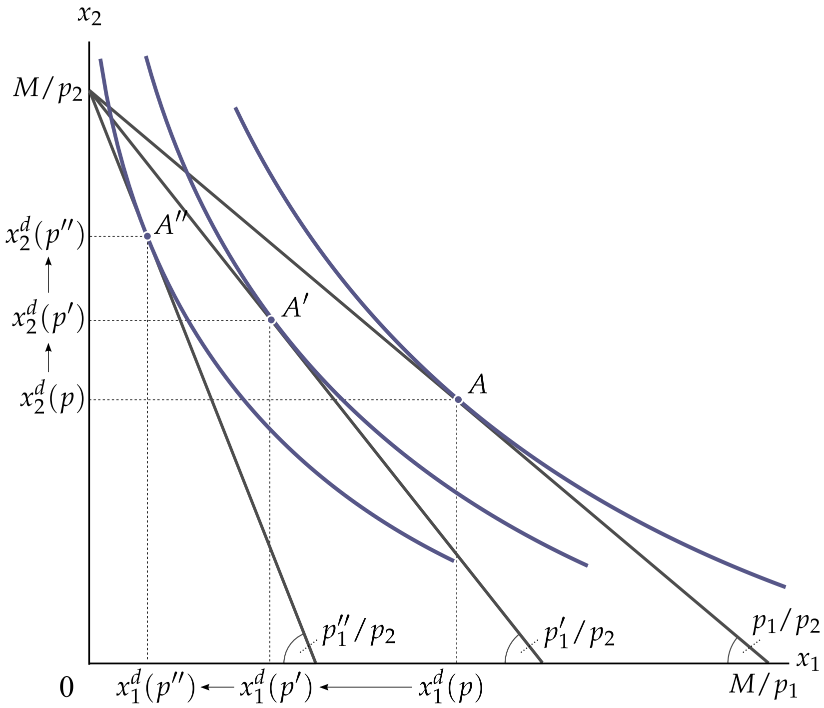

図 4: p_1 の変化に対する各財の需要の反応

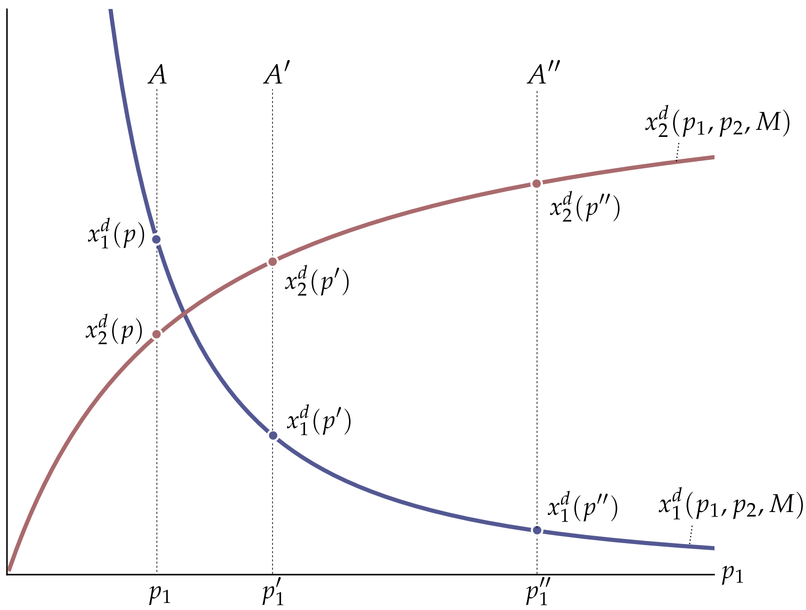

図 5: p_1 の変化と各財の需要関数

3　労働供給関数の導出

消費者モデルの重要な応用例として，労働供給（labor supply）に関する意思決定を考えよう．限られた時間の中からどれだけの割合を労働時間に充てるべきかという意思決定は，選択肢の間にトレードオフが存在する問題の典型的な例と言える．例えば一ヶ月あたりの労働時間を増やせば，より多くの所得を得ることができるが，その一方で自由に使える時間は減ってしまう．逆に自由な時間を確保しようと思えば，その時間で得られたであろう労働所得を諦めなければならない．つまり，時間という資源（resource）が限られたものである以上，それを何らかの形で（例えば「労働時間」や「自由な時間」として）消費することには，必ず「費用」が伴うのである．そのような費用のことを，経済学では機会費用（opportunity cost）と言う．ありとあらゆる活動には機会費用が伴うと言ってよいが，以下で扱う労働と余暇の選択は，それが意思決定の中で明示的に立ち現れてくる問題の一例である．

3.1　労働・余暇の選択

次のような選択肢の集合を考えよう．

$$\bar{S} := \{(x, r) \in \mathbb{R}^2_+ \,|\, r \leq \bar{z}\}. \tag{62}$$

ここで，x はある財の一ヶ月間の消費量を表わす[9]．一方 r は「一ヶ月の間で（労働に従事せずに）自由に過ごす時間」を表現したものである．経済学では「自由に過ごす時間」もある種の財であると考え，そのような財を余暇（leisure）と呼ぶ．したがって r は，「余暇という財の消費量」を表わすものと解釈してよい．(62) の $\bar{z} \in \mathbb{R}_{++}$ は，一ヶ月間で使うことのできる時間の総量を表わす．時間の単位はどのように選んでもよい．日単位で考えれば $\bar{z} = 30$ 日であるし，時間単位で考えるのであれば $\bar{z} = 24 \times 30$ 時間である．あるいは年単位で考えれば，$\bar{z} = 1/12$ 年となろう．

　この $\bar{S}$ の上に選好 $\succsim$ を持つような消費者を想定しよう．つまりこの消費者は，財の消費量と余暇の組合せ $(x, r) \in \bar{S}$ について，最も好ましいものから最も好ましくないものまでを列挙したランキングを持っている．二つの財がいずれも好ましいものであるならば，

$$(x^*, r^*) \succsim (x, r) \quad \forall (x, r) \in \bar{S} \tag{63}$$

を満たす選択肢はおそらく $(x^*, r^*) = (\infty, \bar{z})$ である．我々が想定する消費者は，もしそれが選べるのであれば，可能な限り多くの財と可能な限り多くの余暇が得ら

[9] ここでは説明の便宜のために期間を「一ヶ月間」としているが，原理的には「一週間」でも「五年間」でも構わない．

れる選択肢を選ぶ．ただ実際には，消費者はこのような選択肢を選ぶことはできない．財を購入するためにはそれなりの所得が必要であり，所得を得るためには自由な時間の一部を労働に充てる必要があるからである．この点をフォーマルに表現するために，単位時間あたりの賃金率（wage rate）を $w > 0$ で表記しよう[10]．するとこの消費者が選ぶことのできる選択肢の集合は，

$$S(p, w) := \{(x, r) \in \mathbb{R}^2_+ \mid px = w(\bar{z} - r) \text{ and } r \leq \bar{z}\} \tag{64}$$

という部分集合によって表現される．つまり，使うことのできる時間の総量からその一部 $z := \bar{z} - r \geq 0$ を労働に充てることで，$w(\bar{z} - r)$ だけの労働所得（labor income）を得ることが可能である．そうして得た所得の範囲内で，消費者は財 x を購入することになる．

もっとも，労働所得の他にも，株式の配当や土地の貸出など，人によっては別の形で所得を得る場合もあろう．そのような不労所得（non-labor income）の合計を m で表記する．すると，より一般的な予算集合は

$$S(p, w, m) := \{(x, r) \in \mathbb{R}^2_+ \mid px = w(\bar{z} - r) + m \text{ and } r \leq \bar{z}\} \tag{65}$$

のように書くことができる．以上の表記を用いると，消費者の意思決定モデルは次のように表現できるだろう．つまり，不労所得が m で財価格と賃金が (p, w) である時，$\succsim$ という選好を持つ消費者は

$$(x^*, r^*) \succsim (x, r) \quad \forall (x, r) \in S(p, w, m) \tag{66}$$

および

$$(x^*, r^*) \in S(p, w, m) \tag{67}$$

を満たすような (x^*, r^*) を選ぶ．そしてこの時，この消費者は

$$z^* := \bar{z} - r^* \tag{68}$$

だけの時間を労働に充てることになる．言い換えれば，この消費者は x^* だけの財を「需要」する一方で，z^* だけの労働を「供給」するのである．財市場において需要者である消費者が，労働市場においては供給者となる．

当然のことであるが，価格 p や賃金率 w，あるいは不労所得 m の値が異なれば，予算集合 $S(p, w, m)$ に含まれる選択肢も異なったものになる．したがって，(66) と (67) とを満たす (x^*, r^*) も (p, w, m) の値に応じて異なったものになる．繰り返しになるが，これは即ち (x^*, r^*) が (p, w, m) の関数になるということであり，そ

[10] 一日単位で考えれば w の値は日給であるし，1 時間単位で考えるのであれば w の値は時給である．あるいは一年単位で考えれば，w の値は年俸を表わすものとなる．

れを我々は需要関数と呼ぶのであった．すると (68) から，消費者によって選ばれる労働供給量 z^* も，(p, w, m) の関数になることが分かる．つまり，余暇の需要関数を $r^d(p, w, m)$ と書けば，労働供給関数（labor supply function）は

$$z^s(p, w, m) := \bar{z} - r^d(p, w, m) \tag{69}$$

である．

3.2 労働供給関数

我々の目的は，(66) と (67) とを満たす x^* と r^*（つまり財需要と余暇需要）を特徴付け，その結果として (68) によって与えられる z^*（つまり労働供給）を特徴付けることである．ここでは，具体的な例を用いて労働供給関数を求めてみよう．例えば，選好 $\succsim$ の関数表現が

$$U(x, r) := x^{1/3} r^{2/3} \quad \forall (x, r) \in \bar{S} \tag{70}$$

によって与えられるケースを考えてみる．すると我々の問題は，

$$(x^*, r^*) \in \operatorname*{argmax}_{(x,r) \in S(p,w,m)} U(x, r) \tag{71}$$

という効用最大化問題の解を求めることに帰着する．つまり，(65) で定義される予算集合 $S(p, w, m) \subset \bar{S}$ の上で U の最大値を与える組合せ (x^*, r^*) を探し出せば，それが即ち需要関数であり，総時間 $\bar{z}$ から余暇需要 r^* を引いた $z^* := \bar{z} - r^*$ が労働供給である．効用最大化問題 (71) の解は，前節と全く同様の手続きによって求めることができる．

一見すると，ここで考えている予算集合 $S(p, w, m)$ は，前節で念頭に置いていたものとは異なるように思うかもしれない．しかしながら，

$$M := w\bar{z} + m \tag{72}$$

によって潜在的な所得 M を定義すれば[11]，(65) の $S(p, w, m)$ は

$$S(p, w, m) = \{(x, r) \in \mathbb{R}^2_+ \,|\, px + wr = M \text{ and } r \leq \bar{z}\} \tag{73}$$

のように書き換えられる．予算式に含まれる不等号制約 $r \leq \bar{z}$ は，多くの場合本質的な役割を果たさないので，ここでは無視して考えることにしよう．すると $S(p, w, m)$ は，少なくとも形式的には，前節で念頭に置いていた予算集合そのもの

[11]つまり M は，全ての時間を労働に充てた場合に得られるであろう所得である．

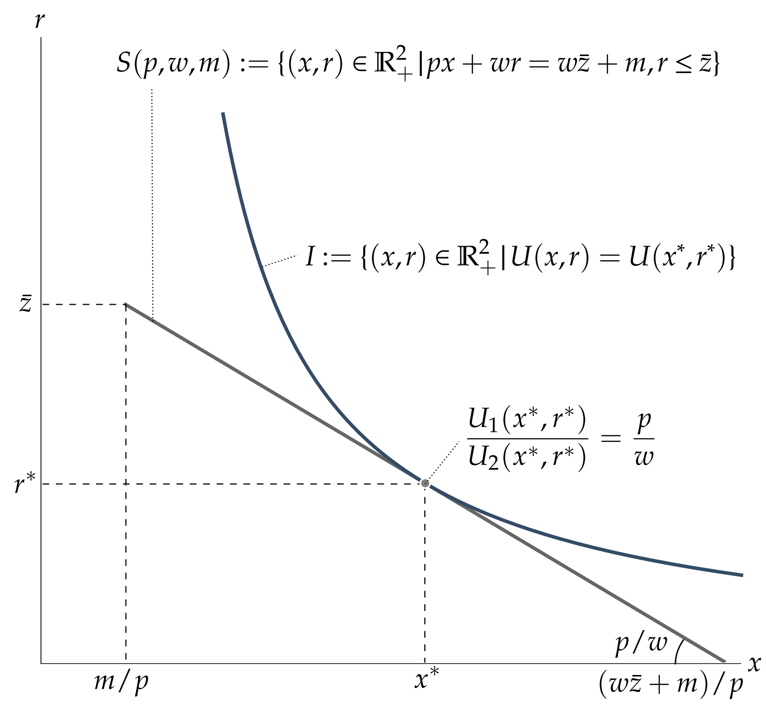

図 6: 余暇需要と労働供給の決定

であることに気付くはずである．したがって数学補論の定理 3 から，(x^*, r^*) は

$$\frac{U_1(x^*, r^*)}{U_2(x^*, r^*)} = \frac{p}{w} \tag{74}$$

かつ

$$px^* + wr^* = M := w\bar{z} + m \tag{75}$$

を満たす．あとは (74) と (75) を (x^*, r^*) について解けば，需要関数を求めることができる．

いま，U は (70) で定義されていたから，各変数に関する偏微分係数（つまりは限界効用）は

$$U_1(x, r) = \frac{1}{3}\left(\frac{x}{r}\right)^{-2/3} \quad \forall (x, r) \in \bar{S}, \tag{76}$$

$$U_2(x, r) = \frac{2}{3}\left(\frac{x}{r}\right)^{1/3} \quad \forall (x, r) \in \bar{S} \tag{77}$$

である．よって，(74) を用いれば

$$\frac{p}{w} = \frac{U_1(x^*, r^*)}{U_2(x^*, r^*)} = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{x^*}{r^*}\right)^{-2/3}}{\frac{2}{3}\left(\frac{x^*}{r^*}\right)^{1/3}} = \frac{r^*}{2x^*} \iff r^* = \frac{2p}{w}x^* \tag{78}$$

を得る．これを (75) と合わせれば

$$px^* + w\frac{2p}{w}x^* = M \iff x^* = \frac{M}{3p} \tag{79}$$

であり，いま求めた $x^* = M/(3p)$ を (78) に代入することで

$$r^* = \frac{2p}{w}x^* = \frac{2M}{3w} \tag{80}$$

を得る．したがって，$M := w\bar{z} + m$ であったことに注意すれば，$S(p, w, m)$ 上で U を最大にするのは

$$(x^*, r^*) = \left(\frac{M}{3p}, \frac{2M}{3w}\right) = \left(\frac{w\bar{z} + m}{3p}, \frac{2(w\bar{z} + m)}{3w}\right) \tag{81}$$

であり，この時の労働供給量は

$$z^* := \bar{z} - r^* = \frac{1}{3}\bar{z} - \frac{2m}{3w} \tag{82}$$

となる．

いま求めた財の需要量 (x^*, r^*) や労働の供給量 z^* が，(p, w, m) の値によって変化することに注意しよう．したがって，既に予告しておいた通り，財の需要や労働の供給は価格や賃金率，不労所得の関数になる．このことをより明示的に表現するために，それぞれを $(x^d(p, w, m), r^d(p, w, m))$ や $z^s(p, w, m)$ と書くことにしよう．つまりこの例では，

$$x^d(p, w, m) := \frac{w\bar{z} + m}{3p}, \quad r^d(p, w, m) := \frac{2(w\bar{z} + m)}{3w} \tag{83}$$

および

$$z^s(p, w, m) := \frac{1}{3}\bar{z} - \frac{2m}{3w} \tag{84}$$

である．この労働供給関数 $z^s(p, w, m)$ の式からは，賃金率が上昇した場合に労働供給量が増えるという自然な関係が見てとれる[12]．また，不労所得が増加した場合には（余暇を削ってまで所得を増加させる動機付けが薄れるために）労働供給量が減るという，これまたもっともらしい関係も表現されている．

具体的な例をもう一つ挙げておこう．選好 $\succsim$ の関数表現が，(70) ではなく，

$$U(x, r) := x^{1/3} + r \quad \forall (x, r) \in \bar{S} \tag{85}$$

[12] ただし，賃金率が上昇すればより少ない時間で同程度の所得を得られるようになるため，労働供給量が逆に減少することも考えられる．

によって与えられているようなケースを考えてみる[13]．この場合，限界代替率は

$$\frac{U_1(x,r)}{U_2(x,r)} = \frac{\frac{1}{3}x^{-2/3}}{1} = \frac{1}{3}x^{-2/3} \tag{87}$$

と計算できるから，(x^*, r^*) が効用最大化問題の解ならば

$$\begin{aligned}\frac{U_1(x^*,r^*)}{U_2(x^*,r^*)} = \frac{p}{w} \iff \frac{1}{3}(x^*)^{-2/3} = \frac{p}{w} \\ \iff x^* = \left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2}\end{aligned} \tag{88}$$

を満たすはずである．さらに (x^*, r^*) は予算集合 $S(p,w,m)$ に含まれていなければならないので，

$$px^* + wr^* = M = w\bar{z} + m \tag{89}$$

も同時に満たす．よって，(88) と (89) とを合わせれば，

$$r^* = \bar{z} + \frac{m}{w} - 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} \tag{90}$$

が得られる．したがって，この場合の財と余暇の需要関数は，それぞれ

$$x^d(p,w,m) = \left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2}, \quad r^d(p,w,m) = \bar{z} + \frac{m}{w} - 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} \tag{91}$$

であり，労働の供給関数は

$$z^s(p,w,m) := \bar{z} - r^d(p,w,m) = 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} - \frac{m}{w} \tag{92}$$

のように求まる．

[13] この (85) のような効用関数のことを，準線形（quasi-linear）な効用関数と言う．より正確には，単調増加関数 $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ と何らかの関数 $B : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ とが存在して

$$U(x,r) := u(B(x) + r) \tag{86}$$

のような形式で表現される関数 U を，準線形（quasi-linear）な関数と言う．ある特定の変数について（この例では r について），関数が線形になっている（つまりはグラフが直線になっている）ためである．消費者の選好が準線形な効用関数によって代表される場合，財需要 x^* は所得の影響を受けない（所得効果がゼロになる）ことが知られている．このことは，導出された需要関数 (91) が所得 m に依存しないことからも確認できよう．消費者の選好が準線形の効用関数によって代表されるという仮定は，多くの場合必ずしも現実的な想定ではないが，とりわけ余剰分析の中では頻繁に用いられる．

3.3 機会費用

ある行動や意思決定に伴う機会費用とは,「それによって諦めなければならなくなることの価値」のことである．あるいは,「それを行わなかった場合に得られたであろう価値」と言い換えてもよい．例えば，価格 p で販売されている財を一単位購入すれば，その価格分だけ他の財を購入する機会を失うことになる．したがって，その財を一単位購入することの機会費用は p である．このように，市場で売られている財を購入することの機会費用はその財の市場価格に等しい．一方，週末を自宅でのんびりと過ごすという行為も，それによって何かを購入するわけではないが，機会費用を伴うものである．この場合は，財布の中身が実際に減るわけではない．しかしながら，財布の中身を増やす機会を失うのである．つまり，与えられた時間を「余暇」として消費することの機会費用は，その時間を「労働」に充てることによって得られたであろう賃金である．

本節で扱ったモデルを注意深く見ると，余暇の機会費用が賃金に等しいということがよく分かる．労働と余暇の選択を迫られた消費者にとって，予算集合は

$$px = w(\bar{z} - r) + m \tag{93}$$

あるいは

$$px + wr = M := w\bar{z} + m \tag{94}$$

によって特徴付けられていた．そしてこの (94) は,「潜在的な」所得 M の範囲内で財の組合せ (x, r) を購入する問題であると解釈することができる．つまりこの問題では，消費者は賃金率 w をその単位価格として，余暇を「購入」するのである．

機会費用という考え方は，経済学において極めて重要な役割を果たすので，簡単な補足を加えておこう．まず，機会費用はそれが金銭価値で測られる場合に限らないということに注意する必要がある．多くの経済学の教科書では，上記の例が示すように，諦めなければならない「金銭的な利益」によって機会費用を表現する．しかし例えば，社員がいつでも無料で利用できる社員食堂を考えてみよう．この食堂で昼食にパスタを食べるという選択は，ある種の非金銭的な機会費用を伴う．もちろん，無料で利用できるのだから金銭的な費用は一切生じないし，パスタを食べなかったからといって昼食代が支給されるわけでもない．この場合の機会費用は，パスタではない別のメニューを選んだ場合に得られたであろう満足度である．空腹をパスタで満たしてしまうことによって，パスタ以外の料理を味わう機会を失うのである．この失われた機会の費用は，少なくとも直接的には，金銭で測られるものではない．

また，ある選択肢の機会費用は他の選択肢に依存するということも，初学者が見逃しやすい点である．社員食堂の例で言えば，パスタ以外にあまり目ぼしいメニューがない場合と，選ぶのを迷ってしまうような美味しいメニューが取り揃え

てある場合とでは，パスタを選ぶことの機会費用は同じではない．パスタを選ばなかった場合に得られる潜在的な満足度が異なるからである．この例が示唆するように，ある選択の（機会）費用を考える際には，その他にどのような選択が可能であったかを注意深く考える必要がある．例えば，政府が 5 億ドルの予算を組んで何の役にも立たないような巨大な公共施設を建造したとしよう．この政策の費用は 5 億ドルである，と言ってよいだろうか．おそらくそうではない．この場合の機会費用は，同じ 5 億ドルを別のより有益なプロジェクトに投じることによって実現できたであろう，国民の福祉の増加分である．そしてそれは，国民にとって 5 億ドルよりも価値がある可能性が高い．生産性の高い政府であるほど（つまり「本領」を発揮した場合に産み出すことのできる便益が大きいものであるほど），予算を浪費した場合の機会費用は高くなるのである．

こうしてみると，例えば同じ「一時間」という時間であっても，それを失った場合の機会費用は，一般には人によって異なるということが理解できるはずである．そしてその機会費用は，その人が多忙であるかどうかと直接的には関係しない．時給 8 ドルのアルバイトに明け暮れている多忙な大学生を，一時間だけ拘束するとしよう．この場合に発生する機会費用は，おそらく 8 ドルである[14]．一方で，都会での高給な職を辞し，自分の時間を大切にするために田舎暮らしを始めた男性を考えてみよう．この男性は先程の学生よりも時間的にはだいぶ余裕があるが，彼が一時間拘束されることの機会費用は，8 ドルよりもはるかに高い．自由な一時間を捻出するために失わなければならない便益が，全く異なるからである．この例が示唆するように，ある人の時間を浪費することの機会費用は，その人が多忙かどうかというよりも，その人がその時間で（潜在的に）どれだけの事を成し得るのかということに関係している．したがって，他人の時間を拝借する際に我々が気に掛けるべきは，その人の忙しさではなく，その人の生産性である．

最後に，機会費用の源泉は資源の希少性（scarcity）にある，ということも指摘しておこう．限られた（つまりは希少な）資源の一部を使用するからこそ，それを他の目的に使用できなくなるということが問題となる．財の購入が機会費用を伴うのは所得という資源が限られているからであり，余暇の獲得が機会費用を伴うのは時間という資源が限られているからである．あるいは，無料でパスタを食べることにも機会費用が生じるのは，一日の中で（もっと言えば人生の中で）口にすることのできる料理の総量が限られているからである．したがってありとあらゆる活動は，それが何らかの有限な資源を使用するものである限り，必ず機会費用を伴う．そして機会費用が遍く存在するがゆえに，「労働力や技術，あるいは土地やエネルギーといった資源を経済の中でどのように配分すべきか」という問いが，重要な意味を持つのである．経済学の出発点は，資源の希少性に対する自覚と，それに付随する機会費用を認識することにあったと言っても過言ではない．

[14] この学生が，大学生活の貴重な時間をアルバイトに費すことの機会費用を十分に承知していると仮定するならば，ということであるが．

4 集計

関心の範囲を少し広げて，経済全体に目を向けることにしよう．ある経済に，合計で $I \in \mathbb{N}$ 人の消費者が存在する場合を考える．人数は $I = 10$ でも $I = 1000000$ でも構わない．また，この経済には消費できる物理的な財が一つしか存在しないと考える．これは話を簡単にするための方便であり，原理的には財の数はいくつあってもよい．

経済に存在する消費者を $i \in \{1, 2, \dots, I\}$ という番号で識別し，その選好を $\succsim_i$ と表記する．前節に引き続き，単純な労働・余暇選択モデルを考えよう．つまり，それぞれの消費者は $m_i \in \mathbb{R}_+$ だけの不労所得を得ており，予算集合

$$S(p, w, m_i) = \{(x_i, r_i) \in \mathbb{R}^2_+ \,|\, px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i \text{ and } r_i \leq \bar{z}\} \tag{95}$$

の中から，

$$(x_i^*, r_i^*) \succsim_i (x_i, r_i) \quad \forall (x_i, r_i) \in S(p, w, m_i) \tag{96}$$

および

$$(x_i^*, r_i^*) \in S(p, w, m_i) \tag{97}$$

を満たすような (x_i^*, r_i^*) を選ぶ．つまり，x_i^* は消費者 i が需要する財の量であり，r_i^* はその消費者が需要する余暇の量である[15]．一方で，消費者は

$$z_i^* := \bar{z} - r_i^* \tag{98}$$

だけの時間を労働市場に供給することになる．財の需要量 x_i^* や労働の供給量 z_i^* が (p, w, m_i) の関数であることを明示して，それぞれを関数の形で，つまりは $x_i^d(p, w, m_i)$ や $z_i^s(p, w, m_i)$ のように書くことにする．

4.1 財需要の集計

財 x の市場を考えた場合，市場全体で集計した需要は

$$X^d := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p, w, m_i) \tag{99}$$

のように表現できる．この式の右辺の値が，p と w および $m_1, m_2, \dots, m_I$ の値によって変化することに注意しよう．これは，X^d が $(p, w, m_1, m_2, \dots, m_I)$ の関数

[15] これまでは，x_1 を財 1 の消費量，x_2 を財 2 の消費量を表わすものとして扱ってきたが，これ以降では，x_i は消費者 i の（一つしかないと我々が仮定した財の）消費量を表わす．例えば，x_1 は消費者 1 の消費量であるし，x_2 は消費者 2 の消費量である．

になることを意味する．つまり正確には

$$X^d(p,w,m_1,m_2,\dots,m_I) := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p,w,m_i) \tag{100}$$

のように書かなければならない．この関数 X^d は，集計需要関数（aggregate demand function）と呼ばれるもので，財の価格等の変化に応じて市場全体の需要がどのように反応するのかを記述したものである．表記が煩雑になることを避けるため，これ以降は X^d の引数のうち $(m_1,m_2,\dots,m_I)$ の部分を省略して，集計需要関数を $X^d(p,w)$ と書くことにする．

具体的な例を挙げよう．消費者 i の選好 $\succsim_i$ が

$$U^i(x_i,r_i) := x_i^{1/3} r_i^{2/3} \quad \forall (x,r) \in \bar{S} \tag{101}$$

のような関数表現を持つ場合を考えてみる[16]．すると前節の議論から，消費者 i の需要関数は

$$x_i^d(p,w,m_i) := \frac{w\bar{z}+m_i}{3p}, \quad r_i^d(p,w,m_i) := \frac{2(w\bar{z}+m_i)}{3w} \tag{102}$$

となる．したがって集計需要関数は

$$X^d(p,w) := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p,w,m_i) = \frac{Iw\bar{z}+\sum_i m_i}{3p} \tag{103}$$

のように求められる．別の例として，選好 $\succsim_i$ の関数表現が，(101) ではなく，

$$U^i(x_i,r_i) := x_i^{1/3} + r_i \quad \forall (x_i,r_i) \in \bar{S} \tag{104}$$

によって与えられているようなケースを考えてみよう．すると，再び前節の議論から，消費者 i の需要関数は

$$x_i^d(p,w,m_i) = \left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2}, \quad r_i^d(p,w,m_i) = \bar{z} + \frac{m_i}{w} - 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} \tag{105}$$

のように導出できる．したがって，この場合の集計需要関数は

$$X^d(p,w) := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p,w,m_i) = I\left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2} \tag{106}$$

である．

[16] この例では全ての消費者が同一の選好を持つが，選好は消費者によって異なっても構わない．

4.2 逆集計需要関数

経済学ではしばしば，逆集計需要関数（inverse aggregate demand function）というものを考える．逆集計需要関数とは，市場における集計需要と価格との関係を逆さに見たものである．集計需要関数は「価格が p の時には市場全体で $X^d(p,w)$ だけの財が需要される」という関係を表わすものであった．一方，逆集計需要関数とは，「市場全体で X だけの財が需要されるためには，価格は $p^d(X)$ でなければならない」という逆の関係を表現する[17]．幾何的に言えば，集計需要関数 $X^d(p,w)$ のグラフを 45 度線で折り返したものが，逆集計需要関数 $p^d(X)$ のグラフである (図 7，図 8)．

より正確には，逆集計需要関数とは集計需要関数 $X^d(p,w)$ の（それを p の関数と見た時の）逆関数のことである．例えば，集計需要関数が

$$X^d(p,w) := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p,w,m_i) = \frac{Iw\bar{z} + \sum_i m_i}{3p} \tag{107}$$

であった場合，これを p について解くと

$$X = \frac{Iw\bar{z} + \sum_i m_i}{3p} \iff p = \frac{Iw\bar{z} + \sum_i m_i}{3X} \tag{108}$$

であるから，対応する逆集計需要関数は

$$p^d(X) := \frac{Iw\bar{z} + \sum_i m_i}{3X} \tag{109}$$

となる．あるいは別の例として，集計需要関数が

$$X^d(p,w) := \sum_{i=1}^{I} x_i^d(p,w,m_i) = I\left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2} \tag{110}$$

で与えられているケースを考えてみる．再び p について解くと

$$X = I\left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2} \iff p = \frac{w}{3}\left(\frac{I}{X}\right)^{2/3} \tag{111}$$

であるから，この場合の逆集計需要関数は

$$p^d(X) := \frac{w}{3}\left(\frac{I}{X}\right)^{2/3} \tag{112}$$

のように求まる．

[17] 逆集計需要関数は，X だけでなく w や $m_1, m_2, \ldots, m_I$ にも依存するので，正確には $p^d(X, w, m_1, \ldots, m_I)$ と書くべきであるが，表記が煩雑になるのを避けるため $p^d(X)$ と書く．

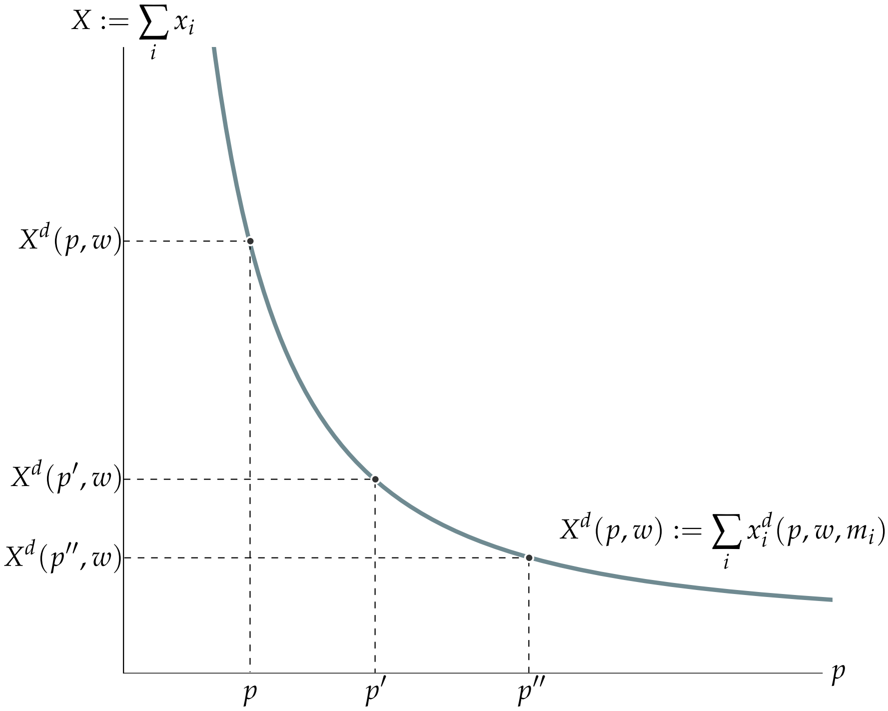

図 7: 集計需要関数

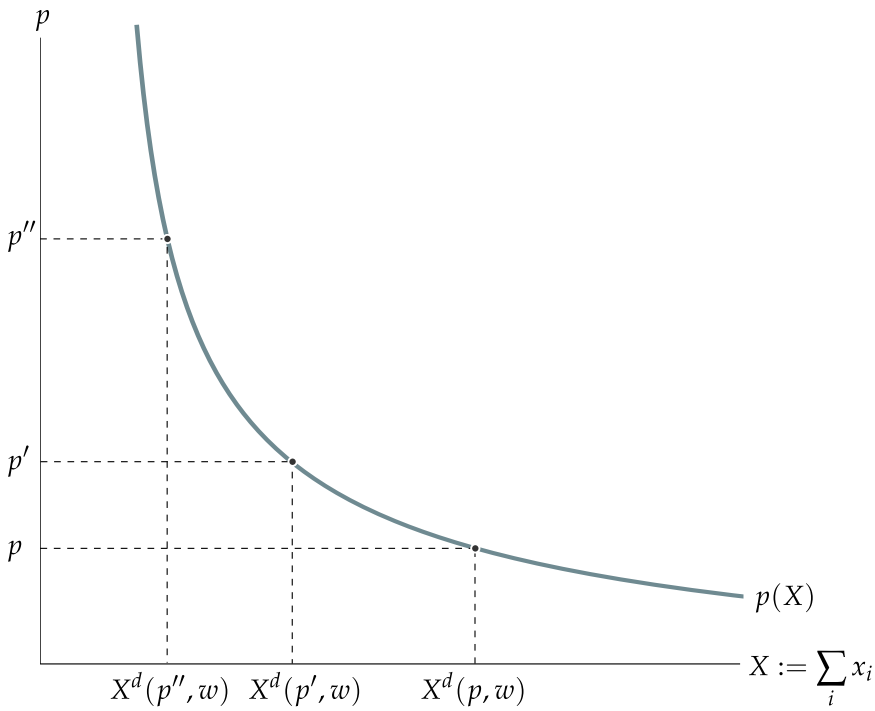

図 8: 逆集計需要関数

4.3 労働供給の集計

消費者から供給される労働時間についても，市場全体での集計値を考えることができる．つまり，それぞれの消費者が $z_i^s(p,w,m_i)$ だけの労働時間を供給するのであるから，労働市場全体では

$$Z^s := \sum_{i=1}^{I} z_i^s(p,w,m_i) \tag{113}$$

だけの時間が供給されることになる．この式の右辺の値が, p と w および $m_1, m_2, \ldots, m_I$ の値によって変化することに注意しよう．これは，Z^s が $(p,w,m_1,m_2,\ldots,m_I)$ の関数になることを意味する．したがって正確には

$$Z^s(p,w,m_1,m_2,\ldots,m_I) := \sum_{i=1}^{I} z_i^s(p,w,m_i) \tag{114}$$

のように書かなければならない．この関数 Z^s は，集計労働供給関数（aggregate labor supply function）と呼ばれるもので，賃金率等の変化に応じて労働市場全体の供給量がどのように反応するのかを記述したものである．表記が煩雑になることを避けるため，これ以降は Z^s の引数のうち $(m_1,m_2,\ldots,m_I)$ の部分を省略して，集計労働供給関数を $Z^s(p,w)$ と書くことにする．

具体的な例を挙げよう．消費者 i の選好 $\succsim_i$ が

$$U^i(x_i,r_i) := x_i^{1/3} r_i^{2/3} \quad \forall (x,r) \in \bar{S} \tag{115}$$

のような関数表現を持つ場合を考えてみる．すると前節の議論から，消費者 i の需要関数は

$$x_i^d(p,w,m_i) := \frac{w\bar{z}+m_i}{3p}, \quad r_i^d(p,w,m_i) := \frac{2(w\bar{z}+m_i)}{3w} \tag{116}$$

となり，したがってこの消費者の労働供給関数は

$$z_i^s(p,w,m_i) := \bar{z} - r_i^d(p,w,m_i) = \frac{1}{3}\bar{z} - \frac{2m_i}{3w} \tag{117}$$

である．これを i について集計すれば

$$Z^s(p,w) := \sum_{i=1}^{I} z_i^s(p,w,m_i) = \frac{I}{3}\bar{z} - \frac{2\sum_i m_i}{3w} \tag{118}$$

として，集計労働供給関数が求められる．

別の例として，選好 $\succsim_i$ の関数表現が，(115) ではなく，

$$U^i(x_i, r_i) := x_i^{1/3} + r_i \quad \forall (x_i, r_i) \in \bar{S} \tag{119}$$

によって与えられているようなケースを考えてみよう．すると，再び前節の議論から，消費者 i の需要関数は

$$x_i^d(p, w, m_i) = \left(\frac{w}{3p}\right)^{3/2}, \quad r_i^d(p, w, m_i) = \bar{z} + \frac{m_i}{w} - 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} \tag{120}$$

のように導出できる．この時の個別の労働供給関数は

$$z_i^s(p, w, m_i) := \bar{z} - r_i^d(p, w, m) = 3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} - \frac{m_i}{w} \tag{121}$$

となるから，対応する集計労働供給関数は

$$Z^s(p, w) := \sum_{i=1}^{I} z_i^s(p, w, m_i) = I3^{-3/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{1/2} - \frac{\sum_i m_i}{w} \tag{122}$$

である．