余剰分析

阪本浩章 *

初稿：May 15, 2018　改訂：February 4, 2022

Contents

*神戸大学経済学研究科 (sakamoto@econ.kobe-u.ac.jp)

このノートで学ぶこと

- 政策評価の基準
  - パレート基準：パレート改善をもたらす政策は実施すべき
  - カルドア基準：カルドア改善をもたらす政策は実施すべき
  - カルドア改善：そこからさらに財や余暇を上手く分け直せば（最初の状態と比べて）パレート改善につながるような変化
- 社会余剰
  - 基本的なアイディアは配分の価値を「リンゴ換算」で考えるというもの
    - その政策は社会全体のリンゴの総数（パイ）を増やせるか
    - パイを大きくできる政策 = カルドア改善をもたらす政策
  - 選好が準線形型 $U^i(x_i, r_i) = u_i(B_i(x_i) + r_i)$ であるという仮定が必要
    - u_i は単調増加関数，B_i は $B_i(0) = 0$ を満たす関数
    - x_i 単位の財の価値は $B_i(x_i)$ 時間の余暇に相当
  - 生産技術： x_j^p 単位の財を作るのに $C_j(x_i^p)$ 単位の労働時間が必要
  - 実現可能な配分 $a = ((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J)$ の社会余剰は

$$V(a) = \sum_{i=1}^{I} B_i(x_i^c) - \sum_{j=1}^{J} C_j(x_j^p)$$

  - 社会余剰とカルドア改善，パレート効率性
    - $V(\tilde{a}) > V(a)$ なら配分 $\tilde{a}$ は配分 a をカルドア改善する
    - 社会余剰を最大化する配分 = パレート効率的な配分
    - 競争均衡は社会余剰を最大化する（厚生経済学の第一基本定理）
- 余剰の測定
  - 消費者余剰： 支払意思額 $wB_i(x_i^c)$ が実際の支払額 px_i^c を上回る分

$$\sum_{i=1}^{I} (wB_i(x_i^c) - px_i^c) = \int_0^{X^c} p^d(X)dX - pX^c$$

  - 生産者余剰： 販売額 px_j^p が生産費用 $wC_j(x_j^p)$ を上回る分

$$\sum_{j=1}^{J} \left(px_j^p - wC_j(x_j^p)\right) = pX^p - \int_0^{X^p} p^s(X)dX$$

  - 社会余剰（の金銭価値）の測定：

$$\int_0^{X^*} p^d(X)dX - \int_0^{X^*} p^s(X)dX = w^*V(a)$$

1　政策評価

ある行為がどのような帰結をもたらすのかを知りたいとして，そのためにはどのような方法が考えられるだろう．ある人は，その行為を実際に行ってみればよい，と言うかもしれない．そうすれば，何が起こるかを立ち所に知ることができるからである[1]．しかし我々にとって関心があるのは，これからやろうとしていることの帰結を，それを実際に行うよりも前に知ることである．例えば何らかの経済政策があったとして，それを実施すべきか（あるいは実施すべきでないか）を判断するためには，その政策によってどのようなことが起こるのかを，政策を実施する前に知らなければならない．これまでに学んできた経済モデルは，まさにそのような場合に，社会的な意思決定の指針を提供することができる．

1.1　政策の例

具体的な文脈を与えるために，従業員に支払う給与の何割かを政府が肩代わりすることによって，企業の雇用を促す政策を考えよう．具体的には，$0 \leq \phi < 1$ を満たす ϕ について，給与総額の $(100 \times \phi)\%$が補助金として企業に支払われるような状況を考える．例えば，賃金率を w として z_j 単位の労働力を投入した場合，企業が労働者に対して支払う給与の総額は wz_j になる．一方，雇用補助金が導入されれば，この企業は政府から ϕwz_j だけの補助金を得ることになるので，企業にとっての実質的な費用は $wz_j - \phi wz_j = (1-\phi)wz_j$ である．したがってこの時，企業の利潤は

$$\pi_j := px_j - (1-\phi)wz_j \tag{1}$$

のように表わすことができる．ここで，x_j は財の生産量，p は財の単位価格である．この政策により，雇用に伴う実質的な負担が減少する分，企業はより多くの労働者を雇用するようになると期待できる．

もちろん，政策の実施には費用も伴う．企業に対する補助金は政府の予算から支払われる必要があり，政府の予算は（少なくとも最終的には）税金によって賄われなければならない．経済全体の企業の数を $J \in \mathbb{N}$ で表わし，企業 $j \in \{1, 2, \ldots, J\}$ が z_j 単位の労働力を投入しているとする．この時の補助金の総額は

$$G := \sum_{j=1}^{J} \phi wz_j \tag{2}$$

となり，この G が政府の支出である．この支出を賄うための課税方法は様々に考えられようが，ここでは例として，消費者に対する一括税（lump-sum tax）によって

[1] このようにして行為の帰結を知る方法を実験（experiment）と言い，伝統的には自然科学の諸分野で頻繁に用いられてきた．近年では，経済学を含む社会科学の分野でも様々な規模の実験が行われるようになってきている．

工面することを考えよう．一括税とは，所得や購買行動によらず（つまり所得税や消費税とは異なり），国民年金保険料のように一定額の支払いが求められる税金のことを言う．経済に存在する消費者の数を $I \in \mathbb{N}$ で表わし，消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ に $\tau_i \geq 0$ だけの一括税を課すと，政府の税収の総額 T は

$$T := \sum_{i=1}^{I} \tau_i \tag{3}$$

である．税収 T は支出 G を賄えるものでなければならないので，$T = G$，すなわち

$$\sum_{i=1}^{I} \tau_i = \sum_{j=1}^{J} \phi w z_j \tag{4}$$

を満たすように政府は τ_i を選ぶ必要がある．この (4) を「政府の予算制約」と言う．原理的には，各消費者に対する課税額（個別の τ_i の値）が異なるケースを考えることもできるが，ここでは全ての消費者が同額の一括税を課される（つまり補助金政策の費用を平等に負担する）状況を考えよう．すなわち

$$\tau_i = \tau := \frac{1}{I} G \quad \forall i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{5}$$

によって課税額が決定されると仮定する．右辺の政府支出 G は補助金率 ϕ に依存するから，政府の予算制約を満たすように決まる一括税率 τ も ϕ に依存することになる．とくに，$\phi = 0$ の時（つまり補助金率がゼロの場合）には $G = 0$ なので，必然的に $\tau = 0$ となる（一括税を課す必要がない）ことに注意しておく．

消費者の予算制約は，労働・余暇選択の枠組みを想定すれば，

$$p x_i = w \left(\bar{z} - r_i \right) + m_i - \tau \tag{6}$$

のように書くことができるだろう．ここで，$\bar{z}$ はこの消費者が労働や余暇に用いることのできる時間の総量を表わし，r_i はその中から余暇に充てる時間を表わす（したがって労働に充てる時間は $\bar{z} - r_i$ である）．政府の補助金政策によって雇用が拡大することで，消費者はより多くの労働所得 $w \left(\bar{z} - r_i \right)$ を得る可能性が高い．また経済活動が活発になり，その結果として企業の利潤が増加するのであれば，企業を所有している消費者の不労所得 m_i も増えることになるだろう．というのも，企業の利潤も結局のところ消費者に還元されるからである．より具体的には，消費者 i による企業 j の保有率を $\theta_{i,j}$ で表わすと，消費者 i の不労所得は

$$m_i = \sum_{j=1}^{J} \theta_{i,j} \pi_j \tag{7}$$

を満たす．ただ (6) の右辺からも明らかなように，補助金の原資となる一括税 τ が課されるため，政策による所得の増減は必ずしも明らかでない．場合によっては（例えば企業を全く所有していない消費者など），政策が導入される以前よりも厳しい予算制約に直面する消費者もいるかもしれない．

以上のような補助金政策は，果たして望ましいものであろうか．政策の良し悪しを評価するためには，政策が導入された後の経済の状態と政策が導入される前の経済の状態とを比較し，どちらが望ましいものであるかを判断する必要があろう．そこで，まずは政策が導入された場合に，市場での取引を通じてどのような配分が実現するのかを考える．企業の生産技術が生産関数 $f_j(z_j)$ によって代表されているものとし，関数 $f_j(z_j)$ の逆関数を $C_j(x_j)$ で表わそう（つまり $C_j(x_j)$ は x_j 単位の財を生産するのに必要な労働投入量である）．企業 j は，利潤

$$\pi_j(x_j) := px_j - (1-\phi)wC_j(x_j) \tag{8}$$

を最大にするように生産パターンを決定するのであったから，

$$\pi'(x_j^s) = 0 \iff p = (1-\phi)wC_j'(x_j^s) \tag{9}$$

を満たすような生産量 x_j^s を選び，

$$z_j^d = C_j(x_j^s) \tag{10}$$

だけの労働力を投入することになる．明らかに，企業が選ぶ (x_j^s, z_j^d) の組は (w,p,ϕ) の値によって異なったものになる．この事実をより明示的に表現するために，企業によって選ばれる生産量と要素投入量を，それぞれ $x_j^s(w,p,\phi)$，$z_j^d(w,p,\phi)$ と書くことにしよう．

一方で消費者の効用関数を $U^i(x_i, r_i)$ で表わすと，消費者 i は，予算集合を

$$S(p,w,m_i,\tau) := \{(x_i,r_i) \in \mathbb{R}_+^2 \mid px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i - \tau\} \tag{11}$$

として

$$(x_i^d, r_i^d) \in \underset{(x_i,r_i)\in S(p,w,m_i,\tau)}{\operatorname{argmax}} U^i(x_i, r_i) \tag{12}$$

を満たす (x_i^d, r_i^d) を選び，

$$z_i^s = \bar{z} - r_i^d \tag{13}$$

だけの時間を労働に充てることになる．より具体的には，連立方程式

$$\frac{U_1^i(x_i^d, r_i^d)}{U_2^i(x_i^d, r_i^d)} = \frac{p}{w} \tag{14}$$

$$px_i^d + wr_i^d = w\bar{z} + m_i - \tau \tag{15}$$

を解くことで，(12) を満たす (x_i^d, r_i^d) を求めることができる．明らかに，消費者が選ぶ (x_i^d, r_i^d, z_i^s) の組は (w, p, m_i, τ) の値によって異なったものになる．やはりこの事実をより明示的にに表現するために，消費者によって選ばれる財や余暇の需要量と労働供給量を，それぞれ $x_i^d(p, w, m_i, \tau)$，$r_i^d(p, w, m_i, \tau)$，$z_i^s(p, w, m_i, \tau)$ と表記する．なお，既に (7) でも言及したように，消費者の不労所得は

$$m_i = \sum_{j=1}^{J} \theta_{i,j} \underbrace{\left(px_j^s(p, w, \phi) - (1-\phi)wC_j(x_j^s(p, w, \phi))\right)}_{=\pi_j(x_j^s(p,w,\phi))} \tag{16}$$

によって与えられる．この右辺は (p, w, ϕ) に依存するものであるから，不労所得を $m_i^*(w, p, \phi)$ と書くことにしよう．

以上を踏まえた上で，この経済モデルにおける均衡（補助金政策の下で実現する経済の状態についての我々の予測）を次のように定義する．

定義 1. この経済における均衡とは，補助金政策（つまり ϕ の値）を所与として，集計需要と集計供給とが全ての市場で一致しており，なおかつ政府の予算制約が満たされている状態を言う．また，そのような状態と整合的な財価格と賃金率のことを均衡価格と呼ぶ．すなわち，ある財価格 p^* と賃金率 w^* の下で，

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \sum_{j=1}^{J} x_j^s(w^*, p^*, \phi), \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{I} z_i^s(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \sum_{j=1}^{J} z_j^d(w^*, p^*, \phi), \tag{18}$$

および

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{I} \tau}_{=T} = \underbrace{\sum_{j=1}^{J} \phi w z_j^d(w^*, p^*, \phi)}_{=G} \tag{19}$$

が同時に成立しているような状態を，均衡と呼ぶ．

我々の関心は，このような補助金政策によって社会をより望ましい状態に導くことができるのか（あるいはできないのか）という点にある．そこで，比較の対象として，補助金政策が導入されるより以前の（あるいは既に導入されているのであれば補助金政策が廃止された後の）経済の状態を考えよう．補助金政策が導入されていない経済は，上の経済モデルにおいて補助金率を $\phi = 0$ とした場合に相当する．このことから，政策が導入されていない経済における均衡は，定義 1 を援用することで直ちに定義することができる．つまり，政策が導入されなかった場合

に実現するであろう状態は，定義 1 の均衡を $\phi = 0$ で評価したものに他ならない．

定義 2. 定義 1 において $\phi = 0$ としたもの（したがって $\tau = 0$ にもなる）を，補助金政策が導入される前の（あるいは補助金政策が廃止された後の）経済における均衡と呼ぶ．すなわち，ある財価格 p^* と賃金率 w^* の下で，

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau)\bigg|_{\phi=0,\tau=0} = \sum_{j=1}^{J} x_j^s(w^*, p^*, \phi)\bigg|_{\phi=0}, \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{I} z_i^s(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau)\bigg|_{\phi=0,\tau=0} = \sum_{j=1}^{J} z_j^d(w^*, p^*, \phi)\bigg|_{\phi=0} \tag{21}$$

が同時に成立しているような状態が，補助金政策がない場合の均衡である．

定義 1 と定義 2 によって，補助金政策が導入されている場合と導入されていない場合のそれぞれについて，この経済において実現するであろう状態を定義することができた．我々の次なる目的は，何らかの「望ましさの尺度」に基づいて，二つの状態を比較することである．

1.2 パレート基準

二つの異なる状態の望ましさを比較する方法として，おそらく容易に思い付くアプローチはパレート改善の考え方を用いるものであろう．パレート改善とは，誰にも不満を抱かせることなく，少なくとも誰か一人をより満足させられるような変更のことを言う．もし政策を導入することによってパレート改善が見込まれるのであれば，全ての人がその政策に（少なくともひとりは積極的に）賛成することができる．したがってそのような場合，曖昧さを残すことなく，その政策は導入されるべきであると結論することができよう．このような政策評価の指針は，一般にパレート基準（Pareto criterion）として知られている．

パレート基準の考え方をフォーマルに表現するために，まずはこの経済における配分を次のように定義しよう．

定義 3. 配分とは，各消費者の消費ベクトル (x_i^c, r_i) と各企業の選ぶことのできる生産パターン (z_j, x_j^p) とを並べたリストのことである．つまり，

$$a := \Big((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J \Big) \in \mathbb{R}_+^{2I} \times \mathbb{R}_+^{2J} \tag{22}$$

ただし

$$z_j = C_j(x_j^p) \quad \forall j \in \{1, 2, \ldots, J\} \tag{23}$$

のような $2I+2J$ 次元ベクトル a のことを配分と呼ぶ．また，ある配分について，

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^c = \sum_{j=1}^{J} x_j^p, \quad \sum_{i=1}^{I} (\bar{z} - r_i) = \sum_{j=1}^{J} z_j \tag{24}$$

が成り立つ時，この配分は実現可能であると言う．実現可能な配分を全て集めた集合を $A \subset \mathbb{R}_+^{2I+2J}$ と表記する．

この定義の意味するところは明らかであろう．ちなみに (23) は，企業によって選ばれる生産パターン (z_j, x_j^p) が，その企業の生産技術と整合的であることを要求するものである．この条件がなければ，技術的に可能でない（例えば $z_j < C_j(x_j^p)$ となるような）生産パターンを実現可能な配分として許容することになる．

この配分の定義を用いると，パレート改善やパレート効率性といった考え方を，次のように厳密な形で定義することができる．

定義 4. ある二つの配分

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J \right) \tag{25}$$

と

$$\tilde{a} := \left((\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i)_{i=1}^I, (\tilde{z}_j, \tilde{x}_j^p)_{j=1}^J \right) \tag{26}$$

を考える．このとき，

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) \geq U^i(x_i^c, r_i) \quad \forall i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{27}$$

かつ

$$U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) > U^i(x_i^c, r_i) \quad \exists i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{28}$$

が成立するするならば，配分 a は配分 $\tilde{a}$ によってパレート改善されるという．そして，ある配分がどのような実現可能な配分によってもパレート改善されないとき，その配分はパレート効率的であるという．

既に述べたように，配分を変更することによって誰にも不満を抱かせることなく誰かをより満足させられるのであれば，そのような変更はパレート改善である．また，パレート改善の余地がないような配分のことをパレート効率的な配分と呼ぶ．つまり，誰かをより満足させようとすると（それをどのように上手くやろうとしても）必ず他の誰かが不満を抱いてしまうような時，そのような状態をパレート効率的と言うのである．

定義 5. 次のような政策評価の基準をパレート基準と呼ぶ．政策を実施する前に実現する配分と実施した後に実現する配分とを比べて，後者が前者をパレート改善

するならば，その政策を実施すべきである．また逆に，前者が後者をパレート改善するならば，そのような政策は廃止されるべきである．

パレート基準の考え方は極めて明快であり，この基準を用いて政策を評価することに多くの人が同意するであろう．政策によって（あるいは政策の廃止によって）少なくとも以前と同程度には好ましい状態が保証され，あわよくばより好ましい状態すら期待できると言うのであれば，その政策を実施することに異論を差し挟む余地はほとんどない．

しかし残念ながら，パレート基準は政策評価の指針として常に使えるわけではない．現実の政策を評価する際には，むしろこの基準が効果的に機能するケースのほうが少ないように思われる．というのも，新しい政策の導入（あるいは既存の政策の廃止）は往々にして，誰かをより満足させる一方で，別の誰かに不満を抱かせてしまうものだからである．パレート基準が政策評価の指針として通用するのは，政策によってパレート改善が期待できるような（ある意味で理想的な）場合に限られる．それ以外の（より現実的な）ケースでは，政策が望ましいものであるかどうかについて，パレート基準は明確な解を示さない．

このようなパレート基準の限界は，前節で取り上げた雇用促進政策を検討することで容易に理解される[2]．話を簡単にするために，この経済には二人の消費者（$I = 2$）と二つの企業（$J = 2$）のみが存在していると仮定しよう．消費者の選好は

$$U^i(x_i, r_i) := e^{B_i(x_i)+r_i} \quad \text{where} \quad B_i(x_i) := x_i^{2/3} \quad \forall i \in \{1, 2\} \tag{29}$$

のような効用関数によって代表されているとする．一方，企業の生産技術は

$$f_j(z_j) := z_j^{3/4} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{30}$$

のような生産関数で表現できる場合を考える．この時，生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数 $C_j(x_j)$ は，

$$C_j(x_j) = x_j^{4/3} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{31}$$

である．また，やや極端な想定ではあるが，二つの企業はいずれも一人の消費者（消費者 1 としよう）によって 100% 所有されているとする．つまり，

$$\theta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i = 2 \end{cases} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{32}$$

のような状況を考える．

以上のような想定の下で，定義 1 に基づいてこの経済の均衡を特徴付けてみよ

[2] この具体例は後の節でも登場することになるので導出過程をよく理解しておくとよい．

う．まず，企業 $j \in \{1,2\}$ は (9) を満たすような x_j^s を選ぶから，供給関数は

$$p = (1-\phi)wC_j'(x_j^s) \iff p = (1-\phi)w\frac{4}{3}(x_j^s)^{1/3}$$
$$\iff x_j^s(w,p,\phi) = \left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^3 \tag{33}$$

のように求められ，対応する労働需要関数は

$$z_j^d(w,p,\phi) = C_j(x_j^s(w,p)) = \left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4 \tag{34}$$

である．このように財供給量（および労働需要量）を選択することで，この企業は

$$\begin{aligned}\pi_j^*(w,p) &:= px_j^s(w,p) - (1-\phi)wz_j^d(w,p)\\ &= p\left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^3 - (1-\phi)w\left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4\\ &= (1-\phi)w\frac{3^3}{4^4}\left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4 \end{aligned}\tag{35}$$

だけの利潤を得る．また，企業に支払われる補助金の合計は

$$G := \sum_{j=1}^{2}\phi wz_j^d(w,p,\phi) = 2\phi w\left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4 \tag{36}$$

である．一方，消費者 i は (14) および (15) を満たすような (x_i^d, r_i^d) を選ぶ．したがって需要関数は，まずは (14) から

$$\frac{U_1^i(x_i^d, r_i^d)}{U_2^i(x_i^d, r_i^d)} = \frac{p}{w} \iff \frac{2}{3}(x_i^d)^{-1/3} = \frac{p}{w} \iff x_i^d(p,w,m_i,\tau) = \left(\frac{2}{3}\frac{w}{p}\right)^3, \tag{37}$$

これを (15) と合わせて

$$px_i^d(p,w,m_i,\tau) + wr_i^d(p,w,m_i,\tau) = w\bar{z} + m_i - \tau$$
$$\iff r_i^d(p,w,m_i,\tau) = \bar{z} + \frac{m_i}{w} - \frac{\tau}{w} - \left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{w}{p}\right)^2 \tag{38}$$

を得る．ここで，(35) から不労所得が

$$m_i^*(w,p,\phi) := \sum_{j=1}^{2}\theta_{i,j}\pi_j^*(w,p,\phi) = \sum_{j=1}^{2}\theta_{i,j}(1-\phi)w\frac{3^3}{4^4}\left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4 \tag{39}$$

となることに注意しておく．

均衡価格を (p^*, w^*) と置くと，財市場における需給一致条件から

$$
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{I} x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \sum_{j=1}^{J} x_j^s(w^*, p^*, \phi) \\
&\iff 2\left(\frac{2}{3}\frac{w^*}{p^*}\right)^3 = 2\left(\frac{3}{4}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^3 \\
&\iff \frac{p^*}{w^*} = \left(\frac{8}{9}(1-\phi)\right)^{1/2} \qquad (40)
\end{aligned}
$$

が求まる[3]．政府の予算制約と (36) および (40) を合わせることで，均衡における一括税 τ は,

$$
\sum_{i=1}^{2} \tau = G \iff \tau = \frac{1}{2}G = w^*\phi\left(\frac{3}{4}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^4 = w^*\phi\left(\frac{1}{2}\frac{1}{(1-\phi)}\right)^2 \qquad (41)
$$

のように書ける．したがって，(40) と (41) を (37) や (38) と合わせることで，均衡で消費者 $i \in \{1, 2\}$ は

$$
x_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) = \left(\frac{2}{3}\frac{w^*}{p^*}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}}_{=:x_i^c(\phi)} \qquad (42)
$$

だけの財を消費し，

$$
\begin{aligned}
&r_i^d(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau) \\
&= \bar{z} + \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j}(1-\phi)\frac{3^3}{4^4}\left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^4 - \frac{\tau}{w^*} - \left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{w^*}{p^*}\right)^2 \\
&= \underbrace{\bar{z} + \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j}\frac{1}{12}\frac{1}{1-\phi} - \frac{\phi}{1-\phi}\frac{1}{4}\frac{1}{1-\phi} - \frac{1}{3}\frac{1}{1-\phi}}_{=:r_i(\phi)} \qquad (43)
\end{aligned}
$$

だけの余暇を消費することが分かる．一方の企業 $j \in \{1, 2\}$ は,

$$
z_j^d(w^*, p^*) = \left(\frac{3}{4}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^4 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^2}_{=:z_j(\phi)} \qquad (44)
$$

[3]興味のある読者は，この均衡価格が（財市場の需給一致条件のみならず）労働市場の需給一致条件も同時に満たすことを確認されたい.

だけの労働力を投入し，

$$x_j^s(w^*, p^*) = \left(\frac{3}{4}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}}_{=:x_j^p(\phi)} \tag{45}$$

だけの財を生産する．

以上の (42)–(45) を用いれば，均衡における配分を

$$a(\phi) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi)) \tag{46}$$

と書くことができる．これが，政策が導入された場合に実現する経済の状態である．均衡における配分が ϕ に依存している（つまり a が ϕ の関数になっている）ことに注意されたい．これは，導入される補助金の率に応じて，補助金政策の結果として経済で実現する状態が変化するという，ごく自然な事実を捉えている．例えば給与総額の 10%が補助金として支給される場合（$\phi = 0.1$）と，50%が補助金として支給される場合（$\phi = 0.5$）とでは，当然ながら経済活動に及ぼす影響は異なったものになろう．政策が導入される前の配分については，(46) を $\phi = 0$ で評価することで得られる（定義 2）．つまり，

$$a(0) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))\big|_{\phi=0} \tag{47}$$

が，政策が導入されなかった場合に（あるいは政策が廃止された場合に）実現する経済の状態である．したがって，補助金政策が望ましい結果をもたらすのかどうか判断するには，$a(\phi)$ と $a(0)$ という二つの配分を比較すればよい．より一般に，二つの異なる補助金率（例えば ϕ と ϕ'）について，対応する配分（$a(\phi)$ と $a(\phi')$）を比較することで，どちらの補助金率がより望ましいのかを検討することもできる．

具体的な例として，給与総額の 50% を政府が負担するような，少し極端な補助金政策の導入（つまり $\phi = 1/2$）を検討してみよう．この補助金が導入された場合，各消費者の効用関数の値は，(32) に注意すれば

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=1/2} = e^{\left(x_i^c(\phi)\right)^{2/3} + r_i(\phi)}\Big|_{\phi=1/2} = \begin{cases} e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} & i=1 \\ e^{-\frac{1}{6}+\bar{z}} & i=2 \end{cases} \tag{48}$$

である．一方，この政策を導入する前の（あるいは政策を廃止した場合の）効用関数の値は

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\left(x_i^c(\phi)\right)^{2/3} + r_i(\phi)}\Big|_{\phi=0} = \begin{cases} e^{\frac{1}{3}+\bar{z}} & i=1 \\ e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} & i=2 \end{cases} \tag{49}$$

のように計算できる．ここで (48) と (49) とを比較すると，

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{3}+\bar{z}} > e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/2} \tag{50}$$

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} > e^{-\frac{1}{6}+\bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/2} \tag{51}$$

が成り立つから，どちらの消費者についても，補助金政策を導入しない方がより好ましい状態になることが分かる．つまり，$a(0)$ は $a(\phi)$ をパレート改善する．したがって，パレート基準を用いれば，この補助金政策は導入すべきでなく，既に政策が導入されているならば廃止されるべきである，と結論付けることができる．

ただ既に予告しておいたように，パレート基準がこのように首尾よく機能することは稀である．例えば別のケースとして，給与総額の 10% を政府が負担するという，もう少し現実味のある補助金政策（つまり $\phi = 1/10$）を検討してみよう．この補助金が導入された場合，各消費者の効用関数の値は

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=1/10} = e^{\left(x_i^c(\phi)\right)^{2/3}+r_i(\phi)}\Big|_{\phi=1/10} = \begin{cases} e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} & i=1 \\ e^{\frac{25}{162}+\bar{z}} & i=2 \end{cases} \tag{52}$$

のように計算できる．一方，この政策を導入する前の（あるいは政策を廃止した場合の）効用関数の値は (49) である．ここで (52) と (49) とを比較すると，消費者 1 については，

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{3}+\bar{z}} = e^{\frac{54}{162}+\bar{z}} < e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{53}$$

が成り立つから，補助金政策によってより好ましい結果を得ることが分かる．これに対して，

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{1}{6}+\bar{z}} = e^{\frac{27}{162}+\bar{z}} > e^{\frac{25}{162}+\bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{54}$$

であるから，消費者 2 にとっては（政策が導入されない場合よりも）好ましくない状態になってしまう．この場合，$a(\phi)$ は $a(0)$ をパレート改善するものではないし，逆に $a(0)$ が $a(\phi)$ をパレート改善するというわけでもない．したがって，パレート基準を用いるだけでは，この政策の是非（政策を導入すべきか，あるいは既に政策が導入されているならばそれを廃止すべきか）を判断することはできない．消費者 1 は政策の趣旨に賛意を示す一方で，消費者 2 は断固として反対するだろうからである．あるいは，既にこのような補助金政策が導入されている場合には，消費者 2 が政策の廃止に向けて働きかける一方で，消費者 1 は政策の維持を主張して譲らないことが予想される．利害関係者の間で論争の余地のある（しかし現実味を持った）政策の是非について建設的な議論を展開するためには，パレート基準からもう一歩踏み込んだ，より実用的な政策評価の指針が求められるのである．

1.3 カルドア基準

パレート基準の根底にあるアイディアは，全会一致（unanimity）の原則である．つまりパレート基準の下では，誰もが納得するであろう時，またその時のみ，政策に関する意思決定を行う．このような全会一致を条件とした意思決定は，全ての利害関係者の同意を必要とするため，利害調整の過程で多様な意見を反映させられるという利点を持つ．また，例えば多数派のわずかな利益のために少数派に多大な犠牲を強いるといったような，公正さを欠いた判断を避けることもできる．その一方で，迅速な意思決定はどうしても難しくなる．とりわけ，意思決定の影響を受ける利害関係者が多岐に渡り，したがって利害の調整が容易でない場合には，全会一致による意思決定は（少なくとも短期的には）機能しない．そして容易に想像されるように，現実の経済政策の多くは，利害関係者が多岐に渡る意思決定の典型的な例である．全会一致を要請するパレート基準が経済評価の指針として実用的たりえないのは，むしろ当然の結果と言ってよい．

もっとも「パレート改善に基づいて政策の良し悪しを議論する」というアイディアには説得力があり，その基本的な考え方自体は否定されるべきではないだろう．どのような政策評価の基準を用いるのであれ，少なくともパレート基準と矛盾する結論を導くようなものであってはならない．そこで，パレート基準の精神を受け継ぎながら（つまりはパレート基準を部分的に修正することで），より実用的な政策評価の指針を提案できないか考えてみよう．少し考えれば容易に理解されるように，パレート基準の問題は，政策の実施に伴う費用や便益について，その定量的な情報を完全に無視しているということである．パレート基準に従うならば，政策によって費用を被るものがひとりでもいれば，その費用がいかに小さなものであっても，また一方で生み出される便益がいかに大きなものであっても，その政策を実施することは許容されない．逆に，既存の政策の下で既得権益を享受するものがひとりでもいれば，たとえそれによって社会全体で多大な費用が生じている場合であっても，その政策の廃止を正当化することは，パレート基準ではできない．費用や便益の大小に関わらず，利害関係者全員の同意を常に要請するという点で，パレート基準は潔癖に過ぎるのである．より実用的な観点からは，政策の便益が費用を埋め合わせられる程に大きいのであれば，必ずしも全ての利害関係者の同意を得る必要ないのではないか，と主張することは可能かもしれない．

このようなアイディアに基づき，パレート基準の要請を部分的に弱めることによって，実用的な政策評価の指針を提供するのがカルドア基準（Kaldor criterion）と呼ばれるものである[4]．カルドア基準では，政策によって利益を享受する個人が，不利益を被る個人に十分な補償を行ったとしてもなお[5]，政策を実施する前よりも

[4]カルドア基準という呼称は，このような政策評価の基準を最初に提案したイギリスの経済学者ニコラス・カルドア（Nicholas Kaldor）に因むものである．

[5]カルドア基準は，このように利益を得る個人から不利益を被る個人への補償（compensation）を想定することによって政策の是非を判断するものであることから，補償基準（compensation criterion）や補償原理（compensation principle）などとも呼ばれる．

好ましい状態を実現できる見込みがある場合に，その政策を実施すべきであると判断する．このカルドア基準の考え方を正確に理解するために，まずはカルドア改善（Kaldor improvement）と呼ばれる概念を定義しよう．

定義 6. ある二つの配分

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J\right) \tag{55}$$

と

$$\tilde{a} := \left((\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i)_{i=1}^I, (\tilde{z}_j, \tilde{x}_j^p)_{j=1}^J\right) \tag{56}$$

を考える．このとき，

$$\sum_{i=1}^I \tilde{\tilde{x}}_i^c = \sum_{i=1}^I \tilde{x}_i^c \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^I \tilde{\tilde{r}}_i = \sum_{i=1}^I \tilde{r}_i \tag{57}$$

を満たすような $(\tilde{\tilde{x}}_i^c, \tilde{\tilde{r}}_i)_{i=1}^I$ で

$$U^i(\tilde{\tilde{x}}_i^c, \tilde{\tilde{r}}_i) \geq U^i(x_i^c, r_i) \quad \forall i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{58}$$

かつ

$$U^i(\tilde{\tilde{x}}_i^c, \tilde{\tilde{r}}_i) > U^i(x_i^c, r_i) \quad \exists i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{59}$$

となるようなものが存在するならば，配分 a は配分 $\tilde{a}$ によってカルドア改善されるという．

カルドア改善の基本的なアイディアは，パレート改善の「可能性」を生み出すようなものを（それが実際にはパレート改善ではなかったとしても）ある種の改善と見なそうというものである．具体的な例を挙げよう．二人の消費者からなる経済を考え，選好は (29) で定義される効用関数 $U^i(x_i, r_i)$ によって代表されているものとしよう．またこの経済には二つの企業が存在しており，技術は (30) で定義される生産関数 $f_j(z_j)$ によって代表されているとする．ここで，

$$\begin{aligned} a &:= (x_1^c, r_1, x_2^c, r_1, z_1, x_1^p, z_2, x_2^p) \\ &:= (3^{3/2}, \bar{z} - 9, 3^{3/2}, \bar{z} - 9, 9, 3^{3/2}, 9, 3^{3/2}) \end{aligned} \tag{60}$$

のような配分 a と，

$$\begin{aligned} \tilde{a} &:= (\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1, \tilde{x}_2^c, \tilde{r}_1, \tilde{z}_1, \tilde{x}_1^p, \tilde{z}_2, \tilde{x}_2^p) \\ &:= (2^{5/2}, \bar{z}, 0, \bar{z} - 8, 4, 4^{3/4}, 4, 4^{3/4}) \end{aligned} \tag{61}$$

なる別の配分 $\tilde{a}$ を考えてみよう．二つの配分を比較すると，消費者 1 については

$$U^1(\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1) = e^{\bar{z}+2^{5/3}} > e^{\bar{z}-6} = U^1(x_1^c, r_1) \tag{62}$$

が成り立つ（配分 $\tilde{a}$ を好む）一方で，消費者 2 については

$$U^2(\tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2) = e^{\bar{z}-8} < e^{\bar{z}-6} = U^2(x_2^c, r_2) \tag{63}$$

となること（配分 a を好む）が分かる．したがって，経済の状態を配分 a から配分 $\tilde{a}$ へと変化させることは，パレート改善ではない．しかしながら，この変化はカルドアの意味では改善と見なすことができる．というのも，配分 $\tilde{a}$ は配分 a をパレート改善する「可能性」を秘めているからである．

配分 $\tilde{a}$ が配分 a をパレート改善する可能性を秘めているというのは，次のような意味においてである．ひとつの思考実験として，$\tilde{a}$ の下で（a と比較して）利益を享受する消費者 1 から，逆に（a と比較して）不利益を被る消費者 2 へと補償を行うことを考えよう．経済の状態が a から $\tilde{a}$ へと変化すれば，それぞれの消費者は

$$(\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1) = (2^{5/2}, \bar{z}), \quad (\tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2) = (0, \bar{z}-8) \tag{64}$$

という財と余暇の組を（実際に）得ることになる．さらにこの配分が実現した後に，例えば $2^{3/2}$ 単位の財と 4 単位の余暇を消費者 1 から消費者 2 に移転することによって，財と余暇の組を

$$(\tilde{\tilde{x}}_1^c, \tilde{\tilde{r}}_1) := (2^{5/2} - 2^{3/2}, \bar{z} - 4), \quad (\tilde{\tilde{x}}_2^c, \tilde{\tilde{r}}_2) := (2^{3/2}, \bar{z} - 8 + 4) \tag{65}$$

のように分け直すことが（実際に分け直すかどうかは別にして，潜在的には）可能である[6]．そして，このような思考実験の下で実現する仮想的な配分においては

$$U^1(\tilde{\tilde{x}}_1^c, \tilde{\tilde{r}}_1) = e^{\bar{z}-2} > e^{\bar{z}-6} = U^1(x_1^c, r_1) \tag{67}$$

かつ

$$U^2(\tilde{\tilde{x}}_2^c, \tilde{\tilde{r}}_2) = e^{\bar{z}-2} > e^{\bar{z}-6} = U^2(x_2^c, r_2) \tag{68}$$

が成り立つから，$\tilde{a}$ からさらに財と余暇を分け直すことで実現する配分

$$\tilde{\tilde{a}} := (2^{5/2} - 2^{3/2}, \bar{z} - 4, 2^{3/2}, \bar{z} - 8 + 4, 4, 4^{3/4}, 4, 4^{3/4})$$

---

[6] この (65) と (64) とを見比べると

$$\sum_{i=1}^{2} \tilde{\tilde{x}}_i^c = 2^{5/2} = \sum_{i=1}^{2} \tilde{x}_i^c \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{2} \tilde{\tilde{r}}_i = 2\bar{z} - 8 = \sum_{i=1}^{2} \tilde{r}_i \tag{66}$$

が成り立つことが分かるから，定義 6 における (57) が満たされていることに注意しよう．

は，a と比較してパレート改善である．繰り返しになるが，配分 a から配分 $\tilde{a}$ への変化自体はパレート改善ではない．しかし a から $\tilde{a}$ への変化は，仮に適切な補償が併せて実施されたならば（$\tilde{\tilde{a}}$ のような配分が実現して）パレート改善につながるだろうという意味で，パレート改善の「可能性」を生み出していると見なせるのである．

このカルドア改善の考え方を（パレート改善に代えて）政策評価の基礎として用いたものが，カルドア基準である．実際，カルドア基準の定義は，パレート基準の定義において「パレート改善」を「カルドア改善」で置き換えたものに他ならない．

定義 7. 次のような政策評価の基準をカルドア基準と呼ぶ．政策を実施する前に実現する配分と実施した後に実現する配分とを比べて，後者が前者をカルドア改善するならば，その政策を実施すべきである．また逆に，前者が後者をカルドア改善するならば，その政策は廃止されるべきである．

定義だけを見比べると，パレート基準とカルドア基準との差はそれほど大きくないように思うかもしれない．しかし実際には，パレート基準とは異なり，政策評価の指針としてのカルドア基準は極めて強力なツールになる．

これを理解するために，前節で挙げた雇用補助金の例で，補助金率が 10%であるような場合を改めて検討しよう．このケースでは，消費者 1 は補助金政策の下でより好ましい結果を得る一方で，消費者 2 は政策を実施しない方が好ましいのであった．具体的には，政策を導入した後には

$$\begin{aligned} a(\phi) &= (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))\big|_{\phi=1/10} \\ &= \left(\left(\frac{5}{9}\right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{35}{162}, \left(\frac{5}{9}\right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{65}{162}, \frac{25}{81}, \left(\frac{5}{9}\right)^{3/2}, \frac{25}{81}, \left(\frac{5}{9}\right)^{3/2}\right) \end{aligned} \tag{69}$$

のような配分が実現し，政策を導入する前（あるいは政策を廃止した後）には

$$\begin{aligned} a(0) &= (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))\big|_{\phi=0} \\ &= \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{1}{6}, \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}, \bar{z} - \frac{2}{6}, \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}, \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}\right) \end{aligned} \tag{70}$$

のような配分が実現する．二つの配分を比較すると

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{54}{162}+\bar{z}} < e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{71}$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} = e^{\frac{27}{162}+\bar{z}} > e^{\frac{25}{162}+\bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{72}$$

となるから，一方の配分が他方の配分をパレート改善するという関係は見られない．したがって，政策の導入を検討しているのであれ，あるいは既に導入された政策の廃止を検討しているのであれ，パレート基準を用いて意思決定を行うことは不可能である．

しかしカルドア基準を用いれば，極めて明快な答えを得ることができる．カルドア基準によれば，このような補助金政策は導入すべきでなく，既に導入されているのであればそれを廃止すべきである，と結論される．というのも，配分 $a(0)$ は配分 $a(\phi)$ をカルドア改善するからである．この事実を確認するためには，経済の状態が $a(\phi)$ から $a(0)$ へと変化した後に，例えば消費者 2 が消費者 1 に対して

$$\Delta r := \frac{1}{162} \tag{73}$$

単位だけの余暇を補償する（消費者 1 の代わりに消費者 2 が Δr 時間の労働に従事する）ことを考えればよい．すると，そのような仮説的な補償の下で

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi) + \Delta r)\big|_{\phi=0} = e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} = e^{\frac{55}{162}+\bar{z}} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{74}$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi) - \Delta r)\big|_{\phi=0} = e^{\frac{26}{162}+\bar{z}} > e^{\frac{25}{162}+\bar{z}} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=1/10} \tag{75}$$

が成立するから，これは $a(\phi)$ をパレート改善している．つまり，10%の補助金政策を廃止することは，それ自体が直接的にパレート改善をもたらすものではないが，（そこから更に補償を実施すればパレート改善につながるという意味で）パレート改善の可能性を生み出すことができるのである．その意味で，この補助金政策の廃止は「望ましい」．このように，カルドア基準を用いれば，パレート基準では明確な答えを与えることのできない場合であっても，一定の政策的な判断を示すことが可能になる．

改めて強調しておくと，カルドア基準の要点は，実際にパレート改善を実現する必要はなく，その可能性を生み出すだけでよいということである．カルドア基準は，政策（あるいは政策の廃止）を正当化するにあたって，パレート改善のために必要な補償が行われることを要求しない[7]．政策の正当性は，実際に補償が行われるかどうかに依存しない．このように書くと，初学者はおそらく次のような疑問を抱くであろう．つまり，補償によってパレート改善を実現できると分かっているのであれば，なぜ補償を実行しないのか，と．ある政策がカルドア基準を満たすためには，定義からして，その政策によって潜在的にパレート改善が可能であることを示す必要がある．そしてパレート改善の可能性を示すことができるのであれば，その可能性を可能性のままにしておく理由は存在しないように思える．

[7]この点を強調して，カルドア基準を「仮説的」補償原理と呼ぶこともある．

必要な補償を政策に組み込むことで，可能性を現実のものとすることができるはずだからである．

ただ現実の経済政策を考えた場合，誰にどれだけの補償を行うべきかを正確に把握することは困難である．上記の例のような単純な（そして非現実的な）経済であれば，1/162 単位の余暇を消費者 1 に補償すればよい，と直ちに計算することができる．しかし遥かに多くの利害関係者が存在し，利益を享受する者と不利益を被る者とが混在するような経済においては，補償は不可能ではないにしても，不十分な形でしか実行できないだろう．場合によっては，利害関係の構造が必ずしも明らかでなく，誰が受益者で誰が損失者であるかを特定することすら難しいかもしれない．そのような困難な（そしておそらくはより現実的な）状況においても，パレート改善の可能性を示すことができる限りにおいて，カルドア基準は政策評価の指針たり得るのである．もちろん，誰に補償を行うべきかも分からないような状況で，パレート改善の可能性を（つまりある配分が別の配分をカルドア改善できることを）示すことなどできるのかという疑問もあろう．この点については，次節で詳しく検討することになる．

また別の論点として，カルドア基準を用いることで，必ずしも望ましいとは言えない政策に理論的な拠り所を与えてしまうのではないか，という懸念も考えられる．「仮に補償が実行されれば誰もがより満足できる」ことを根拠として，実際には補償が実行されること前提とせずに政策を実施できるとなれば，極めて不衡平な配分を正当化する恐れがあるからである．例えば，ひと握りの利害関係者が莫大な利益を得る一方で，その他大多数の個人に不利益を強いるような（おそらくは社会的に見て容認できない）政策が，カルドア基準ではそのまま是認され得る．このような懸念に対して考えられる一つの応答は，カルドア基準は望ましい政策が満たすべき必要条件に過ぎず，それ自体で十分条件を構成するものではない，というものである．カルドア基準は政策が満たすべき最低限の条件を提示したものであって，カルドア基準を満たしたからといって，その政策が（誰の目から見ても）望ましいことを意味しない．より正確には，政策による分配面での影響をひとまず棚上げにして，差し当たって「経済全体の無駄をなくす」ことのみを企図したもが，カルドア基準であると言える．

補償が実行されないことをもって，カルドア基準を批判することは容易い．しかし一方で，潜在的にはパレート改善をもたらすことのできる政策の多くが，補償が困難であるという理由で拒絶され続けるとすれば，それは社会全体にとって多大なる機会損失と言うべきであろう．実用的な観点からは，カルドア基準による意思決定を注意深く進めると同時に，その不完全さを補うような再分配の制度を整えることが求められるのである[8]．

[8]カルドア基準をある種の「必要悪」として受け入れるのではなく，それをより積極的に擁護する立場もある．例えば，カルドアと共に補償原理の確立に貢献したイギリスの経済学者ジョン・ヒックス（John Hicks）は，補償を逐一実行しなくとも，長い目で見ればパレート改善が実現する可能性が高いと見る．つまり，ひとつの政策が単独ではパレート改善を実現できない場合であっても，複

2　社会余剰

ある政策がカルドア改善をもたらすかどうかを判断しようと思えば，その政策によって利益を得る主体から不利益を被る主体への（仮説的な）補償を考える必要がある．しかし，そのような補償が果たして可能であるかを見極めるのは，多くの場合，簡単なことではない．すべての利害関係者について，不利益を相殺するために必要な補償額を計算したり，補償を実施してもなお受益者の利益が残るかを確認したりしなければならないからである．本節では，そのようなカルドア基準に基づく政策評価が，一定の条件の下で極めて容易に実施できることを示す．基本的なアイディアは，社会余剰（social surplus）という指標を定義することによって，その値の増減を見るだけでカルドア改善の有無を判断できるようにしようというものである．

2.1　余剰分析の考え方

具体的な例から始めよう．ミカンの数を x, リンゴの数を y として, ミカン x 個とリンゴ y 個の組 (x, y) を考える．例えば, ミカン 9 個とリンゴ 1 個の組は $(x, y) = (9, 1)$, ミカン 4 個とリンゴ 3 個の組は $(x, y) = (4, 3)$ のように書く．$(9, 1)$ と $(4, 3)$ とでは，前者の方がミカンの数は多いが，後者の方がリンゴの数は多い．したがって，ミカンもリンゴも多ければ多いほどよいのだとすると，どちらの組み合わせの方がより望ましいのかを判断することは（このままでは）できない．しかしここで，仮にミカン 9 個はリンゴ 3 個に相当する価値を持ち，ミカン 4 個はリンゴ 2 個に相当する価値を持つとしよう．すると，

$$\underbrace{\text{ミカン 9 個とリンゴ 1 個}}_{(x,y)=(9,1)} \overset{\text{価値が等しい}}{\sim} \underbrace{\text{ミカン 0 個とリンゴ 4 個}}_{(x,y)=(0,4)}$$

$$\underbrace{\text{ミカン 4 個とリンゴ 3 個}}_{(x,y)=(4,3)} \overset{\text{価値が等しい}}{\sim} \underbrace{\text{ミカン 0 個とリンゴ 5 個}}_{(x,y)=(0,5)}$$

のように，2 次元ベクトル（ミカンとリンゴがそれぞれ何個あるか）を 1 次元の数値（それがリンゴ何個分の価値に相当するのか）に換算することができる．リンゴ 4 個よりもリンゴ 5 個のほうが数値が大きいので，これにより $(x, y) = (9, 1)$ よりも $(x, y) = (4, 3)$ の方がより望ましい，と言えそうである．

余剰分析の基本的な考え方は，この「リンゴ換算で考える」というアイディアを応用して，配分（ベクトル）の価値を 1 次元の数値で表現するというものである．これも具体的な例を用いて説明しよう．いま，ミカンとリンゴがそれぞれ 50 個と 80 個あるとして，それを二人の個人（個人 1 と個人 2）が分け合っている状

数の政策がカルドア基準に従って実施され続ければ，長期的に実現する配分においては誰もがより望ましい状態に移行できるだろうというわけである．

況を考える．個人 $i \in \{1,2\}$ のミカンの保有量を x_i，リンゴの保有量を y_i と書こう．すると実現可能な配分は，集合

$$A := \{(x_1, y_1, x_2, y_2) \in \mathbb{R}^4_+ \mid x_1 + x_2 = 50 \text{ and } y_1 + y_2 = 80\}$$

の要素 $a \in A$ によって表わされる．初期配分として，

$$a = (x_1, y_1, x_2, y_2) := (49, 60, 1, 20), \tag{76}$$

すなわち，個人 1 はミカン 49 個とリンゴ 60 個を，個人 2 はミカン 1 個とリンゴ 20 個を保有しているものとする．また，ミカンとリンゴの組に関する個人 1 の選好 $\succsim_1$ が

$$U^1(x_1, y_1) := e^{x_1^{1/2} + y_1} \tag{77}$$

のような効用関数によって，個人 2 の選好 $\succsim_2$ が

$$U^2(x_2, y_2) := 3x_2^{1/2} + 3y_2 \tag{78}$$

のような効用関数によって代表されているとする．ここで，個人 1 について

$$U^1(49, 60) = e^{49^{1/2}+60} = e^{0^{1/2}+67} = U^1(0, 67)$$

が成り立つことに注意すると，$(49, 60) \sim_1 (0, 67)$，すなわち個人 1 にとっては「ミカン 49 個とリンゴ 60 個を保有すること」と「リンゴ 67 個だけを保有すること」は同程度に好ましいことが分かる．これはつまり，(76) で与えられる配分 a の下で，個人 1 は全部で「リンゴ 67 個分の価値」を得ていることを意味する．同様に，個人 2 について

$$U^2(1, 20) = 3 \times 1^{1/2} + 3 \times 20 = 3 \times 0^{1/2} + 3 \times 21 = U^2(0, 21)$$

が成り立つから，$(1, 20) \sim_2 (0, 21)$，すなわち個人 2 にとっては「ミカン 1 個とリンゴ 20 個を保有すること」と「リンゴ 21 個だけを保有すること」は同程度に好ましい．つまり個人 2 は，配分 a の下で「リンゴ 21 個分の価値」を得ている．したがって，社会全体で見ると，配分 a は

$$\underbrace{\text{リンゴ 67 個分の価値}}_{\text{個人 1 が得る価値}} + \underbrace{\text{リンゴ 21 個分の価値}}_{\text{個人 2 が得る価値}} = \underbrace{\text{リンゴ 88 個分の価値}}_{\text{社会全体に生み出される価値}}$$

を生み出していると見なせる．

この配分の価値（をある特定の財の数で表現したもの）を基に政策の良し悪しを評価しようというのが，余剰分析の基本的なアイディアである．具体例として，

上の (76) が初期配分で与えられている時，個人 1 からミカン 24 個を召し上げ，それをそのまま個人 2 に譲り渡す「政策」を考えよう．この政策により，配分は a から

$$\tilde{a} = (\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_2, \tilde{y}_2) := (25, 60, 25, 20), \tag{79}$$

へと変化する．配分 a から配分 $\tilde{a}$ への変化は社会的に望ましいものであろうか．明らかに，個人 1 は配分 a をより好ましいと感じる一方で，個人 2 は配分 $\tilde{a}$ のほうをより好むだろう．したがって，この変化が社会的に望ましいものであるかはこのままでは判然としない．そこで，それぞれの配分について（リンゴの数で表わした）その価値を計算し，いずれの配分がより大きな価値を生み出しているかを見てみよう．配分 a の価値を $v(a)$ と書くと，上の議論から a はリンゴ 88 個分の価値を生み出すものであったから，$v(a) = 88$ である．一方，配分 $\tilde{a}$ については，まず

$$U^1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = U^1(25, 60) = e^{25^{1/2}+60} = e^{0^{1/2}+65} = U^1(0, 65)$$

が成り立つことに注意すると，個人 1 にとっては「ミカン 25 個とリンゴ 60 個を保有すること」と「リンゴ 65 個だけを保有すること」は同程度に好ましいことが分かる．これはつまり，配分 $\tilde{a}$ の下で，個人 1 は「リンゴ 65 個分の価値」を得ていることを意味する．同様に，個人 2 について

$$U^2(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2) = U^2(25, 20) = 3 \times 25^{1/2} + 3 \times 20 = 3 \times 0^{1/2} + 3 \times 25 = U^2(0, 25)$$

が成り立つから，個人 2 にとっては「ミカン 25 個とリンゴ 20 個を保有すること」と「リンゴ 25 個だけを保有すること」は同程度に好ましい．つまり個人 2 は，配分 $\tilde{a}$ の下で「リンゴ 25 個分の価値」を得る．よって社会全体で見ると，配分 $\tilde{a}$ は

$$\underbrace{\text{リンゴ 65 個分の価値}}_{\text{個人 1 が得る価値}} + \underbrace{\text{リンゴ 25 個分の価値}}_{\text{個人 2 が得る価値}} = \underbrace{\text{リンゴ 90 個分の価値}}_{\text{社会全体に生み出される価値}}$$

だけの価値を生み出しており，したがって $v(\tilde{a}) = 90$ である．よって，$v(\tilde{a}) > v(a)$ であるから，配分 $\tilde{a}$ の方がより大きな価値を生み出す．このような場合に，a から $\tilde{a}$ への変化を「社会的に望ましい」と判断しよう，というのが余剰分析である．

しかし「配分の価値が大きい」ことは，いったいどのような意味において「社会的に望ましい」と言えるのだろうか．実は，上で述べたような「配分の価値に基づく政策評価」は「カルドア基準を用いた政策評価」と整合的な結論を導き出す．つまり，ある配分の価値が別の配分の価値よりも大きいならば，前者は後者をカルドア改善する．この事実は，直観的には次のように説明される．配分の価値が増加したということは，要は，社会全体で分け合うことのできる「リンゴの総数」が増えたということである．したがって，その増えたリンゴを上手く分け直せば（つまりリンゴの数が増えた人から減った人に適当な補償を実施すれば），リ

ンゴの総数が増える前と比べて全ての人をよりハッピーにすることができるはずである．カルドア基準を政策評価に用いようとする人にとって，これはなかなかよいアイディアのように思える．政策によって「配分の価値」が増加するか否かを確認できさえすれば，わざわざ誰から誰に対してどのような補償が必要であるかを計算しなくとも，カルドア基準に基づく政策評価が可能になるからである．

次節ではこの議論をよりフォーマルに展開していくことになるが，その準備として，この節で学んだ内容を一般化しながらまとめておく．$I \in \mathbb{N}$ 人の個人がミカンとリンゴを分け合っている状況で，個人 $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ が保有するミカンの数とリンゴの数をそれぞれ x_i, y_i と表記する．また，個人 i にとって「ミカン x_i 個の価値をリンゴ換算で表現したもの」を $B_i(x_i)$ と書こう．つまり，個人 i にとって，ミカン x_i 個を保有することはリンゴ $B_i(x_i)$ 個を保有することと等価であるとしよう．このとき，任意のミカンとリンゴの組 (x_i, y_i) について

$$(x_i, y_i) \sim_i (0, B_i(x_i) + y_i)$$

が成り立つから，(x_i, y_i) の価値はリンゴ $B_i(x_i) + y_i$ 個分の価値に等しい．したがって，配分

$$a = (x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_I, y_I)$$

の下で各個人が得ている価値をリンゴ換算で表現し，それらを足し上げることで

$$v(a) := \sum_{i=1}^{I} (B_i(x_i) + y_i)$$

のように，配分 a が社会全体に生み出す価値を 1 次元の数値で（りんご換算で）表わすことができる．ある政策がカルドア改善をもたらすかどうかを判断するには，その政策によって $v(a)$ の値（社会全体で分け合うことのできるりんごの総数）が増加するか否かを見ればよい．

2.2 配分の価値と社会余剰

前節では，政策を実施する前と後とで「配分の価値」を比較することによってカルドア基準に基づく政策評価が可能になると述べた．政策によって不利益を被る主体が存在したとしても，経済全体で生み出される（たとえばリンゴの数で測った）価値の総量が増えるのであれば，それを上手く分け直すことによってパレート改善を実現できる．以下では，この議論を（我々が既に慣れ親しんだ）均衡分析と結びつけるために，1 節で扱った経済モデルを再び考え，社会余剰（social surplus）という考え方を導入する．

1 節と同様に，合計で $J \in \mathbb{N}$ 個の企業が存在する経済を考える．便宜的に，生産・消費できる物理的な財は一つしか存在しないと仮定し，いずれの企業も労働

を用いてその財を生産しているものとしよう．企業 $j \in \{1, 2, \ldots, J\}$ の生産技術は生産関数 $f_j : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ によって表現されており，生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数を $C_j(x_j^p)$ と書く．つまり，企業 j の生産技術を用いると，z_j 単位の労働時間を投入することで $f_j(z_j)$ だけの生産物を生み出すことが可能で，逆に x_j^p だけの生産物を生み出すためには $C_j(x_j^p)$ 単位の労働時間を投入する必要がある．一方，この経済には合計で $I \in \mathbb{N}$ 人の消費者が存在しており，消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ は財消費 x_i^c と余暇時間 r_i の組 $(x_i^c, r_i) \in \mathbb{R}_+^2$ について選好 $\succsim_i$ を持っている．いずれの消費者も，合計 $\bar{z}$ だけの時間を労働 $\bar{z} - r_i$ と余暇 r_i とに振り分ける．既に 1 節で見たように，この経済における配分は定義 3 によって，パレート改善は定義 4 によって，カルドア改善は定義 6 によって与えられる．

この経済における「配分の価値」をフォーマルに定義するために，消費者の選好が次の仮定を満たすものとする．

仮定 1. 経済に存在する各消費者 i について，その選好 $\succsim_i$ が余暇について準線形（quasi-linear）であると仮定する．つまり，ある関数 $B_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ と単調増加関数 $u_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ とが存在して，消費者 i の選好が

$$U^i(x_i, r_i) = u_i\left(B_i(x_i) + r_i\right) \quad \forall (x_i, r_i) \in \mathbb{R}_+^2 \tag{80}$$

という特殊な形をした効用関数によって代表できる場合を考える．なお, 関数 $B_i(x_i)$ は $B_i(0) = 0$ を満たすものとする[9]．

仮定 1 を満たす効用関数としては，例えば

$$U^i(x_i, r_i) = e^{x_i^{1/2} + r_i} \tag{82}$$

であるとか（つまり (80) で $u_i(v) := e^v$ かつ $B_i(x) := x^{1/2}$ とした場合)，あるいは

$$U^i(x_i, r_i) = \left(3x_i^{2/3} + r_i\right)^2 \tag{83}$$

といったもの（つまり (80) で $u_i(v) := v^2$ かつ $B_i(x) := 3x^{2/3}$ とした場合）などが考えられる．当然ながら，$u_i(v) = v$ であるような場合，すなわち

$$U^i(x_i, r_i) = B_i(x_i) + r_i \tag{84}$$

[9] この B_i に関する仮定は何ら一般性を失わせるものではない．というのも，$B_i(0) \neq 0$ であるような場合には，新たな関数 $\tilde{B}_i(x_i)$ と $\tilde{u}_i(v)$ とを $\tilde{B}_i(x_i) := B_i(x_i) - B_i(0)$ と $\tilde{u}_i(v) := u_i(v + B_i(0))$ のようにそれぞれ定義すれば

$$\tilde{U}^i(x_i, r_i) := \tilde{u}_i\left(\tilde{B}_i(x_i) + r_i\right) \quad \forall (x_i, r_i) \in \mathbb{R}_+^2 \tag{81}$$

なる効用関数によって全く同一の選好を表現することができるからである．定義から，$\tilde{B}_i(0) = B_i(0) - B_i(0) = 0$ になるから，この効用関数 $\tilde{U}^i$ は明らかに仮定 1 を満たす．

のような効用関数も仮定 1 を満たす．

仮定 1 は社会余剰の概念を定義する際に重要な役割を果たすので，少し説明を加えておこう．まず，選好 $\succsim_i$ が (80) のような準線形の効用関数 $U_i(x_i, r_i)$ によって代表されているとき，

$$U^i(x_i, 0) = U^i(0, B_i(x_i)), \tag{85}$$

すなわち $(x_i, 0) \sim_i (0, B_i(x_i))$ が任意の $x_i \in \mathbb{R}_+$ について成立することに注意する．これは，消費者 i にとって $(x_i, 0)$ という選択肢が $(0, B_i(x_i))$ という選択肢と無差別であることを意味している．つまり，準線形の選好を持つ消費者にとって，x_i 単位の財には $B_i(x_i)$ 時間の余暇と同じだけの価値がある．言い換えれば，$B_i(x_i)$ は「x_i 単位の財の価値を余暇時間に換算して表現したもの」と解釈することができる．このことから直ちに，効用関数の中に現われる $B_i(x_i) + r_i$ は，(x_i, r_i) という選択肢から消費者 i が得る価値を（全て余暇時間に換算して）表わしたものであることが分かる．実際，任意の (x_i, r_i) について

$$U^i(x_i, r_i) = u_i\left(B_i(x_i) + r_i\right) = u_i\left(B_i(0) + (B_i(x_i) + r_i)\right) = U^i(0, B_i(x_i) + r_i)$$

が成り立つから，この消費者にとって，財を x_i 単位得て余暇を r_i 時間楽しむという選択肢は，財を全く得ずにその代わりに余暇を $B_i(x_i) + r_i$ 時間だけ楽しむという選択肢と無差別である．

前節の議論をそのまま援用すれば，仮定 1 の下で「配分の価値」を次のように定義することができる．

定義 8. 仮定 1 が満たされているとき，任意の配分

$$a = \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J\right) \in \mathbb{R}_+^{2I} \times \mathbb{R}_+^{2J} \tag{86}$$

について，

$$v(a) := \sum_{i=1}^I \left(B_i(x_i^c) + r_i\right) \tag{87}$$

で定義される $v(a)$ を，配分 a の（余暇時間で表わした）価値と呼ぶ．

この (87) で定義される $v(a)$ は，配分 a の下で各消費者が得ている価値を余暇時間換算で表現した上で，それらを経済全体で足し上げたものである．当然ながら，関数 $v(a)$ の値が大きくなる配分もあれば，$v(a)$ の値が小さくなる配分もある．例えば極端なケースとして，

$$a_0 := \left((0, \bar{z})_{i=1}^I, (0, 0)_{j=1}^J\right) \in \mathbb{R}_+^{2I} \times \mathbb{R}_+^{2J} \tag{88}$$

という配分 a_0 を考えよう．これは，全ての消費者が全く労働せず（したがって生

産も交換も行われず），与えられた時間 $\bar{z}$ の全てを余暇として消費した場合の配分である．この配分の価値は，(87) にしたがって

$$v(a_0) = \sum_{i=1}^{I} (B_i(0) + \bar{z}) = I\bar{z}$$

と計算される．配分 a_0 の下では I 人の消費者がそれぞれ $\bar{z}$ 時間だけの余暇を楽しむことになるのだから，その価値（を余暇時間の合計で表わしたもの）が $v(a_0) = I\bar{z}$ となるのは当然のことであろう．

現実には，各消費者は与えられた時間の全てを余暇に充てるのではなく，余暇時間の一部を諦めて労働に従事し（その労働力を用いて各企業は財を生産し），その見返りに得た所得を用いて財を購入する．そのような行動をとることによって，時間をそのまま余暇として消費する場合よりも大きな価値を得られるからである（そうでなければ全ての時間を余暇に充てるはずである）．これは，財の生産や交換が行われることによって，（そのような経済活動が行われなかった場合と比較して）配分の価値が高まることを意味している．そのような，財の生産や交換によって「追加的に」生み出される価値のことを，社会「余剰」と呼ぶ．つまり配分 a の社会余剰とは，配分 a の価値を「配分 a_0 の価値からの増分」で表わしたものである．

定義 9. 仮定 1 が満たされているとき，各配分 $a \in \mathbb{R}_+^{2I+2J}$ について $V(a)$ を

$$V(a) := v(a) - v(a_0) \tag{89}$$

で定義し，これを配分 a の（余暇時間の単位で表わした）社会余剰と呼ぶ．

配分 a が実現可能であるとき，(23) と (24) により，その社会余剰 $V(a)$ は

$$V(a) = \underbrace{\sum_{i=1}^{I} (B_i(x_i^c) + r_i)}_{=v(a)} - \underbrace{I\bar{z}}_{=v(a_0)} = \sum_{i=1}^{I} B_i(x_i^c) - \sum_{j=1}^{J} C_j(x_j^p) \tag{90}$$

のように表わすことができる．(90) の右辺の第一項は，各消費者が財の消費から得る便益（を余暇時間に換算した値）を経済全体で集計したものである[10]．一方，(90) の第二項は，各企業が財を生産するために用いた費用（投入した労働時間）を経済全体で集計したものである[11]．つまり社会余剰は「集計便益から集計費用を差

[10]同じだけの量の財が経済全体で消費される場合であっても，それが消費者の間でどのように分配されるかによって，集計便益の値が異なってくることに注意しておく．当該財からあまり便益を得ない消費者に多くの財を分配するよりも，同じ財からより大きな便益を得る消費者に財を分配した方が，経済全体で生み出される便益 $\sum_{i=1}^{I} B_i(x_i^c)$ は大きくなる．

[11]同じだけの量の財が経済全体で生産される場合であっても，それが企業の間でどのように分担されるかによって，集計費用の値が異なってくることに注意しておく．当該財を生産するのにより多くの労働力を必要とする企業が財を生産するよりも，少ない労働力で同じ財を作れる企業が生産を担った方が，経済全体への費用 $\sum_{j=1}^{J} C_j(x_j^p)$ は小さくなる．

し引いたもの」に一致する．

具体例として，1 節で扱った補助金政策のモデルを考えよう．1.2 節と同様に，この経済には二人の消費者（$I=2$）と二つの企業（$J=2$）のみが存在していると仮定しよう．消費者の選好はいずれも (29) のような効用関数によって代表されているとする．一方，企業の生産技術はいずれも (30) のような生産関数で表現できる場合を考える．すると均衡では，(42)–(43) に示したように，消費者 $i \in \{1,2\}$ は

$$x_i^c(\phi) := \left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}$$

だけの財を消費し，

$$r_i(\phi) := \bar{z} + \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j} \frac{1}{12}\frac{1}{1-\phi} - \frac{\phi}{1-\phi}\frac{1}{4}\frac{1}{1-\phi} - \frac{1}{3}\frac{1}{1-\phi}$$

だけの余暇を消費するのだった．一方の企業 $j \in \{1,2\}$ は，(44)–(45) に示したように，

$$z_j(\phi) := \left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{2}$$

だけの労働力を投入し，

$$x_j^p(\phi) := \left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}$$

だけの財を生産する．したがって，定義 8 から，均衡で実現する配分

$$a(\phi) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))$$

の価値は

$$\begin{aligned}
v(a(\phi)) &= \sum_{i=1}^{2} \left(B_i(x_i^c(\phi)) + r_i(\phi)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{2} \left((x_i^c(\phi))^{2/3} + r_i(\phi)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{1}{2(1-\phi)} + \bar{z} + \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j} \frac{1}{12}\frac{1}{1-\phi} - \frac{\phi}{1-\phi}\frac{1}{4}\frac{1}{1-\phi} - \frac{1}{3}\frac{1}{1-\phi}\right) \\
&= \frac{1}{1-\phi} + 2\bar{z} + \frac{1}{12}\frac{1}{1-\phi}\sum_{j=1}^{2}\underbrace{\sum_{i=1}^{2}\theta_{i,j}}_{=1} - \frac{\phi}{1-\phi}\frac{1}{2}\frac{1}{1-\phi} - \frac{2}{3}\frac{1}{1-\phi} \\
&= 2\bar{z} + \frac{1}{2}\frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2} \qquad (91)
\end{aligned}$$

であり，したがって社会余剰は，定義 9 から，

$$V(a(\phi)) = v(a(\phi)) - \underbrace{v(a_0)}_{=2\bar{z}} = \frac{1}{2}\frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2}$$

である．あるいは，(90) を使っても

$$\begin{aligned}
V(a(\phi)) &= \sum_{i=1}^{2} B_i(x_i^c(\phi)) - \sum_{j=1}^{2} C_j(x_j^p(\phi)) \\
&= \sum_{i=1}^{2} (x_i^c(\phi))^{2/3} - \sum_{j=1}^{2} \left(x_j^p(\phi)\right)^{4/3} \\
&= \sum_{i=1}^{2} \left(\left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}\right)^{2/3} - \sum_{j=1}^{2} \left(\left(\frac{1}{2(1-\phi)}\right)^{3/2}\right)^{4/3} \\
&= \frac{1}{2}\frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2} \qquad (92)
\end{aligned}$$

のように，社会余剰の値を計算することができる．

2.3　社会余剰とカルドア改善，パレート効率性

以上で，社会余剰の概念を均衡分析や政策評価と結び付けるための準備が整った．前節で説明したモデルを引き続き用いながら，まず「社会余剰の増減を見ることによってカルドア改善か否かを判断することができる」という，これまでインフォーマルな形でしか述べてこなかった議論を厳密な形で示そう．

定理 1. 仮定 1 が満たされているとき，配分 $\tilde{a}$ の社会余剰が配分 a の社会余剰を上回るならば，$\tilde{a}$ は a をカルドア改善する．

証明. 二つの配分 $\tilde{a}$ と a について，$V(\tilde{a}) > V(a)$ が成立しているとしよう．このとき，消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ への補償 $\Delta r_i \in \mathbb{R}$ を

$$\Delta r_i := B_i(x_i^c) + r_i - B_i(\tilde{x}_i^c) - \tilde{r}_i + \frac{1}{I}(V(\tilde{a}) - V(a)) \qquad (93)$$

のように定義した上で，

$$\tilde{\tilde{a}} := \left((\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i + \Delta r_i)_{i=1}^I, (\tilde{z}_j, \tilde{x}_j^p)_{j=1}^J\right)$$

のような新しい配分 $\tilde{\tilde{a}}$ を考える．配分 $\tilde{\tilde{a}}$ は，配分が a から $\tilde{a}$ へと変化した後で，それによって利益を得る消費者から損失を被る消費者に補償を行うことで実現する

配分である．ここで，

$$\sum_{i=1}^{I} \Delta r_i = \underbrace{\sum_{i=1}^{I} (B_i(x_i^c) + r_i)}_{=v(a)} - \underbrace{\sum_{i=1}^{I} (B_i(\tilde{x}_i^c) + \tilde{r}_i)}_{=v(\tilde{a})} + \underbrace{(V(\tilde{a}) - V(a))}_{=v(\tilde{a})-v(a)} = 0$$

であることに注意しよう．この新しい配分の下で，$\Delta r_i > 0$ であるような消費者は（配分 $\tilde{a}$ が実現した後に）Δr_i 時間だけの余暇を受け取り，逆に $\Delta r_i < 0$ であるような消費者は $-\Delta r_i$ 時間だけの余暇を失う．補償額の合計はゼロであり，したがって $\tilde{\tilde{a}}$ は実現可能な配分である．あとは，この $\tilde{\tilde{a}}$ がもとの配分 a をパレート改善することを示せばよい．

仮定から $V(\tilde{a}) - V(a) > 0$ であることと，効用関数の中に現われる u_i が単調増加関数であること，そして Δr_i の定義 (93) を用いることで，

$$\begin{aligned} U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i + \Delta r_i) &= u_i(B_i(\tilde{x}_i^c) + \tilde{r}_i + \Delta r_i) \\ &= u_i(B_i(x_i^c) + r_i + (V(\tilde{a}) - V(a))/I) \\ &> u_i(B_i(x_i^c) + r_i) \\ &= U^i(x_i^c, r_i) \end{aligned} \tag{94}$$

が全ての $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ について成り立つ．これは, いずれの消費者も配分 a よりも配分 $\tilde{\tilde{a}}$ を好むことを意味しており, したがって a から $\tilde{\tilde{a}}$ への変化はパレート改善である．以上から, $\tilde{a}$ は a をカルドア改善すると結論付けることができる．**（証明終）**

税制改革や規制緩和，貿易自由化といった現実の経済政策を考えたとき，それが社会的に望ましい帰結をもたらすかどうかを判断するのは容易でない．これらの経済政策が実施されれば，例えば人々が市場に供給しようと考える労働時間の量や，それぞれの企業が雇用したいと考える労働量，財市場に供給しようと考える財の量，さらには消費者が購入したいと考える財の量といった，経済主体の意思決定に様々な経路を通じて変化が生じる．そのような複雑な変化が，総体として「望ましい」ものであるかを見極めるのは困難である．そこで，より簡便な政策評価の手法として，しばしば余剰分析が用いられる．つまり，ある政策を実施した場合に，それが社会余剰を増加させることができるかどうかという観点からその政策の良し悪しを評価するのである．社会余剰を増加させるような政策はカルドア改善の意味で望ましく，逆に社会余剰を減少させるような政策はカルドア改善の意味で望ましくない．定理 1 は，そのような余剰分析のアイディアに理論的な拠りどころを与えている．

ただ，定理 1 の解釈には若干の注意が必要である．まず，この定理は無条件に成り立つわけではなく，定理の結果が妥当性を持つのは消費者の選好が (80) のような準線形の効用関数によって代表できる状況に限られる．選好の準線形性は，

財に対する需要が所得の影響を受けないことを要求するもので，そのような想定が現実的であるかどうかは場合によるだろう．一般には所得に応じて財への需要量が変化する方が自然であろうから，定理 1 で要求されているような条件が満たされるケースは，現実には稀かもしれない．当然ながら，仮定 1 が成り立たないようなケースでは，余剰分析に基づく政策評価がカルドア基準に基づく政策評価と一致する保証はない．したがって，余剰分析に基づいて政策を評価する際には，政策が影響を及ぼす市場で所得の影響が十分に小さいことを確認した上で分析を行うか，さもなければ分析の理論的根拠が薄弱である可能性を十分に認識しておく必要がある．

また，定理の仮定が満たされるような場合であっても，余剰分析から言えることはあくまでカルドア改善の有無であって，パレート改善の有無ではないということにも留意しなければならない．ある政策が社会余剰を増加させるのだとしても，それは全ての人がよりよい状態になるということを意味しない．実際にはその政策によって利益を得る人もいれば損失を被る人もおり，ただ全体として見れば（仮に前者が後者に補償を行ったとしても余りあるという意味で）便益が費用を上回るというだけのことである．例えば，多くの消費者の利便性を犠牲にして一部の利害関係者に莫大な利益をもたらすような政策や，あるいは逆に大多数の消費者に広く薄く利益をもたらす一方で少数の個人に致命的な不利益を強いるような政策も，社会余剰を増加させ得る．したがって，社会余剰を増加させるという事実だけを以て「望ましい政策」と見なされるのであれば，極めて不衡平な帰結を正当化することに繋がりかねない．余剰分析に関する初学者向けの説明の中には，社会余剰の増加があたかも無条件に望ましいかのような印象を与えるものも多いが，本来であれば社会余剰がいったい何を意味するのかを明らかにした上で，注意深く議論を進めるべきであろう．

最後に，社会余剰とパレート効率性との関係について簡単に指摘しておく．

定理 2. 仮定 1 が満たされているとき，次の二つの主張は同値である：

(i) 配分 a はパレート効率的である．

(ii) 配分 a の社会余剰は実現可能な配分の中で最も高い．

証明. 最初に「(i) が正しいときには必ず (ii) も正しい」ことを背理法を用いて示す．まず，(i) が正しい（つまり配分 a はパレート効率的である）としよう．一方で，背理法の仮定として，(ii) は正しくないとする．つまり，a がパレート効率的な配分であるにもかかわらず，他に実現可能な配分 $\tilde{a} \in A$ が存在して，$V(\tilde{a}) > V(a)$ が成り立っていると仮定する．我々の目的は，そのような仮定の論理的な帰結として，何らかの矛盾を導き出すことである．いま $V(\tilde{a}) > V(a)$ が成り立っているから，定理 1 により，$\tilde{a}$ は a をカルドア改善することが分かる．これは，別の実現可能な配分 $\tilde{\tilde{a}} \in A$ が存在して，$\tilde{\tilde{a}}$ は a をパレート改善できることを意味する．し

かし a はパレート効率的な配分であったから，a をパレート改善するような実現可能な配分は他に存在しないはずで，これは矛盾である．よって「(i) は正しくても (ii) は正しくないということがある」という背理法の仮定は誤りでなければならず，「(i) が正しいときには必ず (ii) も正しい」と結論できる．

次に「(ii) が正しいときには必ず (i) も正しい」ことを，これも背理法によって示す．背理法の仮定として「(ii) は正しいが (i) は正しくない」ことがあると仮定しよう．つまり，配分 a の社会余剰は実現可能な配分の中で最も高いが，a はパレート効率的な配分ではないとしよう．この時，a をパレート改善するような別の実現可能な配分 $\tilde{a}$ が存在する．配分 $\tilde{a}$ が配分 a をパレート改善するということは，各消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$ について

$$\begin{aligned} U^i(\tilde{x}_i^c, \tilde{r}_i) \geq U^i(x_i^c, r_i) &\iff u_i(B_i(\tilde{x}_i^c) + \tilde{r}_i) \geq u_i(B_i(x_i^c) + r_i) \\ &\iff B_i(\tilde{x}_i^c) + \tilde{r}_i \geq B_i(x_i^c) + r_i \end{aligned}$$

が成り立ち，少なくとも一人の消費者についてこの不等式が厳密な不等号で成立するということである．しかしそうだとすると，その論理的な帰結として

$$v(\tilde{a}) = \sum_{i=1}^{I} (B_i(\tilde{x}_i^c) + \tilde{r}_i) > \sum_{i=1}^{I} (B_i(x_i^c) + r_i) = v(a)$$

が導かれるから，$\tilde{a}$ の方が a よりも大きな価値（すなわち大きな社会余剰）を生み出すことになってしまう．これは配分 a の社会余剰が実現可能な配分の中で最も高いという事実に矛盾するので，背理法の仮定は誤りでなければならず，したがって「(ii) が正しいときには必ず (i) も正しい」と結論付けられる．　**（証明終）**

定理 2 により，余剰分析が妥当性を持つような状況においては，「パレート効率的な配分」を「社会余剰を最大化する配分」と言い換えることができる．したがって，仮定 1 が満たされるような状況では，厚生経済学の第一基本定理（競争均衡ではパレート効率的な配分が実現する）を次のように言い換えることができる．

定理 3. 仮定 1 が満たされているとき，競争均衡は社会余剰を最大化する．

定理 3 の結果を具体例を用いて確認しておこう．1 節で扱った補助金政策のモデルで，二人の消費者（$I = 2$）と二つの企業（$J = 2$）のみが存在しているケースを考える．また，消費者の選好はいずれも (29) のような効用関数によって代表されているとする．一方，企業の生産技術はいずれも (30) のような生産関数で表現できる場合を考える．このとき，(92) で示したように，均衡における社会余剰は

$$V(a(\phi)) = \frac{1}{2}\frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2} \leq \frac{1}{2} = V(a(0)) \quad \forall \phi \in [0, 1) \tag{95}$$

のように計算することができる．ここで $V(a(\phi))$ が $\phi \in [0, 1)$ の減少関数になって

いることに注意しよう．つまり，ϕ が大きければ大きいほど均衡における社会余剰の値は小さくなる．逆に，補助金率が小さくなると社会余剰の値は大きくなり，補助金率がゼロになると社会余剰の値は最も大きくなる．したがって，補助金政策はそもそも導入すべきでなく，既に導入されている場合には廃止する（$\phi = 0$）ことによって社会余剰が高まる（カルドア改善につながる）．補助金率がゼロの場合というのは，政府による補助金政策が実施されていない状況（すなわち競争均衡）に他ならないから，これは「競争均衡は社会余剰を最大化する」という定理 3 の結果に合致する．また，補助金を廃止することが難しい場合には，補助金率をなるべく低く抑えることによって社会余剰が高まることも分かる．

定理 3 は，競争市場が如何に優れたメカニズムであるかを端的に示すものとして，入門レベルの教科書では必ずと言っていいほど紹介される結果である．入門レベルの説明の中で，本来の厚生経済学の第一基本定理（それは極めて一般的な状況で成り立つ）ではなく，定理 3（それは特殊な条件の下でのみ成り立つ）のような形で示される理由は，後者を「理解」するのに数学的な準備が必要ないからであろう．競争均衡において社会余剰が最大化されるという結果は，数式を用いることなく絵に描いて見せることができる．次節で詳しく見るように，社会余剰（を金銭価値で評価したもの）は集計需要曲線と集計供給曲線とで囲まれた領域の面積として表現することができ，需要と供給とが一致する点（すなわち競争均衡）においてその面積が最大化されるのである．

3　余剰の測定

前節では社会余剰と呼ばれる概念を導入し，社会余剰の増減を見ることによって（カルドア基準に基づく）政策評価が可能になると述べた．しかし「社会余剰の増減を見る」ためには，そもそも社会余剰を測定することが可能でなければならない．本節では，1 節で扱ったモデルを引き続き用いながら，市場で観察できる集計的な情報のみを使って社会余剰を測定する方法について学ぶ．

3.1　消費者余剰と生産者余剰

まず，社会余剰の定義を思い出してみて欲しい．ある配分

$$a := \left((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J\right) \in \mathbb{R}_+^{2I} \times \mathbb{R}_+^{2J}$$

が与えられた時，その社会余剰は

$$V(a) := v(a) - v(a_0)$$

のように定義される（定義 9）．ただしここで，$v(a) := \sum_{i=1}^{I}(B_i(x_i^c)+r_i)$ であり，a_0 は市場を通じた生産・消費活動が全くなかった場合の配分である．また，配分 a が実現可能であれば，(90) で示した通り

$$V(a)=\sum_{i=1}^{I}B_i(x_i^c)-\sum_{j=1}^{J}C_j(x_j^p) \tag{96}$$

のように表わすことができるのだった．余剰分析を行うためには（つまり社会余剰が増えたとか減ったとかを言うためには），この式の右辺を計算できなければならないが，これはなかなか簡単ではないように思える．我々は，その経済においてどの企業がどれだけの財を生産し，どの消費者がどれだけの財を得ているかについて，通常は情報を持ち合わせていないからである．上で「配分 a が与えられた時」などと当たり前のように書いたが，その配分 a の中身は多くの場合我々にとって未知なのである．さらに，仮に配分自体に関する情報は既知であったとしても，状況はさして変わらない．(96) の右辺に出現する x_i^c や x_j^p の値を知っていたとしても，関数 B_i の形状（つまり各消費者の選好）や関数 C_j の形状（つまり各企業の技術）は当該経済主体だけが知りうる私的な情報だからである．我々は，市場で実現する配分を直接観察することができず，各消費者がどれだけの便益を得ているとか各企業がどれだけの費用をかけているとかいったことも分からない．とすると，社会余剰を測定することなど不可能であるように思える．幸いなことに，社会余剰を測定するのに，実は (96) の右辺を直接計算する必要はない．市場で観察される集計的な情報のみを用いて，消費者余剰（consumer surplus）や生産者余剰（producer surplus）と呼ばれるものを計算することで，社会余剰の値を間接的に測定することができるからである．以下で，このことを詳しく説明していく．

消費者余剰とは，市場における取引を通じて消費者が得る「余剰」のことを言う．ここで言う余剰とは，ある量の財を手に入れるために「この額までなら支払ってもよいと思っている金額」と「実際に支払った金額」との差額である．例えば，行き付けの喫茶店で一杯 3 ドルのコーヒーを注文したとしよう．コーヒーを実際に注文したということは，あなたはそのコーヒーに少なくとも 3 ドルを支払ってもよいと思ったということである．ただこれは，「この額までなら支払ってもよいと思っている金額」が 3 ドルであることを意味しない．仮にそのコーヒーが一杯 4 ドルで売られていたとしても，あなたは同じように注文したかもしれないからである．ひょっとすると，あなたは一杯 3 ドルという価格設定が極めて良心的であると感じており，そのコーヒーのクオリティであれば 5 ドルの価値がある（つまり 5 ドルまでなら支払っても構わない）と思っているかもしれない．その場合，5 ドルの価値があるものを 3 ドルで手に入れたことになるから，この取引を通じてあなたは 2 ドル分だけ「得をした」ことになろう．このような，取引を通じて消費者が得る純便益（を経済全体で足し合わせたもの）を消費者余剰と呼ぶ．

一方で，市場における取引は生産者側にも余剰をもたらす．生産者側の余剰とは，ある量の財の対価として「受け取った金額」と「そのために必要だった（機会）費用」との差額である．再びコーヒーを例に説明すると，この喫茶店は一杯 3 ドルでコーヒーを提供しているが，そのために必要な費用はおそらく 3 ドルよりも低い．諸々の経費を勘定に入れても，費用は 2 ドル程度という可能性もある．場合によっては，経費削減の努力によって，一杯 1 ドルで済んでしまっているかもしれない．もしそうだとすると，1 ドルしか費用がかからないものの対価として 3 ドルを得ていることになるから，あなたにコーヒーを一杯提供するという取引を通じて，この喫茶店は 2 ドル分だけ「得をする」ことになろう．このような，取引を通じて生産者が得る利潤（を経済全体で足し合わせたもの）を生産者余剰と呼ぶ．

注意深い読者であれば既にお気付きの通り，消費者余剰や生産者余剰は，市場という制度の下で生じるパレート改善を定量的に評価したものである．上のコーヒーの例では，買い手と売り手の双方が（その取引がなかった場合と比較して）得をしていることに注意しよう．一杯 3 ドルのコーヒーが売り買いされることによって，買い手であるあなたが 2 ドル分の得をする一方で，売り手である喫茶店もまた 2 ドル分の得をしている．つまり，この取引はパレート改善である．同じ理由から，市場において実現するいかなる取引もパレート改善をもたらす．消費者が財やサービスを購入するのは，それによって消費者が得をする（その財やサービスに対して支払ってもよいと心の中で思っている金額よりも実際の価格が安い）からであり，企業が財やサービスを販売するのは，それによって企業が得をする（その財やサービスを提供する見返りとして受け取る金額がその費用より高い）からに他ならない．膨大な数のパレート改善を通じて市場が経済全体に生み出す余剰について，消費者側が得る部分を消費者余剰，生産者側が得る部分を生産者余剰と呼んでいるのである．

3.2 消費者余剰の測定

さて，消費者余剰と生産者余剰のアイディアを理解したところで，どのようにすればこれらの余剰を測定できるか考えよう．まずは消費者余剰について，その値を測定する手段を考える．消費者余剰を測定するには，消費者が「x_i 単位の財に支払ってもよいと思っている金額」を知る必要がある．この金額は，モデルの上では $wB_i(x_i)$ のように表現できる．仮定 1 の下で，x_i 単位の財が消費者 i にとって $B_i(x_i)$ 単位の時間と等価であることを思い出そう．消費者 i は，x_i 単位の財を得るためであれば，自由な時間を $B_i(x_i)$ 単位までを諦めてもよいと思っている．この $B_i(x_i)$ 単位の時間は，それを労働に充てることによって，$wB_i(x_i)$ ドルだけの所得を生み出すことが可能である．したがって，$B_i(x_i)$ 単位の時間を諦めることは，$wB_i(x_i)$ ドルの所得を諦めることと等しい．つまり仮定 1 の下で，消費者 i は x_i 単位の財を得るために $wB_i(x_i)$ ドルまでなら支払ってもよいと思っていることになる．この $wB_i(x_i)$ を，x_i 単位の財に対する消費者 i の支払意思額（WTP:

willingness to pay）と言う．

消費者の支払意思額（すなわち選好）は他人が知り得ない私的情報であるが，市場における消費者の行動を観察することによって，その値を推し測ることができる．具体的には，市場で観察される需要関数（の逆関数）を用いて，消費者の支払意思額を推測することが可能である．財に対する個人 i の需要関数を $x_i^d(p, w, m_i)$，その（p に関する）逆関数を $p_i^d(x_i)$ と書こう．1 節で詳しく述べたように，財市場における消費者 i の需要量 x_i と価格 p との間には

$$\frac{U_1^i(x_i, r_i)}{U_2^i(x_i, r_i)} = \frac{p}{w}$$

という関係が常に成り立つのだった．ここで，仮定 1 の下で $U_1^i(x_i, r_i)/U_2^i(x_i, r_i) = B_i'(x_i)$ が成り立つことに注意すれば，これは

$$B_i'(x_i) = \frac{p}{w} \tag{97}$$

のように書き直すことができる．この方程式を，x_i について解いたもの（つまり p の値に応じて x_i の値が決まる関係として見たもの）が需要関数 $x_i^d(p)$ であり[12]，同じ方程式を逆向きに見たもの（つまり x_i の値に応じて p の値が決まる関係として見たもの）がその逆関数 $p_i^d(x_i)$ である．したがって，需要関数の逆関数は，(97) を p について解くことで

$$B_i'(x_i) = \frac{p}{w} \iff p = wB_i'(x_i) \tag{98}$$

つまり

$$p_i^d(x_i) := wB_i'(x_i) \quad \forall x_i \in \mathbb{R}_+ \tag{99}$$

で定義できる．この式の右辺を見ると，我々が知りたい情報（つまり支払意思額 $wB_i(x_i)$）を微分したものであることに気付く．そこで，(99) の両辺を積分することによって，

$$\int_0^{x_i} p_i^d(x)dx = \int_0^{x_i} wB_i'(x)dx = wB_i(x_i) - wB_i(0) = wB_i(x_i)$$

を得る．つまり，消費者 i の逆需要関数 $p_i^d(x)$ を $[0, x_i]$ 区間で積分すると，その積分値は x_i 単位の財に対する当該消費者の支払意思額 $wB_i(x_i)$ に一致する．市場における消費者の逆需要関数を観察できれば，消費者の支払意思額に関する私的な情報 $wB_i(x_i)$ を推測することが可能なのである．これは幾何的には，逆需要関数 $p_i^d(x_i)$ のグラフの下側の面積が支払意思額の大きさを表わすことを意味している

[12] 消費者の需要量は価格 p のみならず，賃金率 w や所得 m_i にも依存するので，本来は $x_i^d(p, w, m_i)$ と書くべきであるが，表記が煩雑になるを避けるため $x_i^d(p)$ と書くことにする．

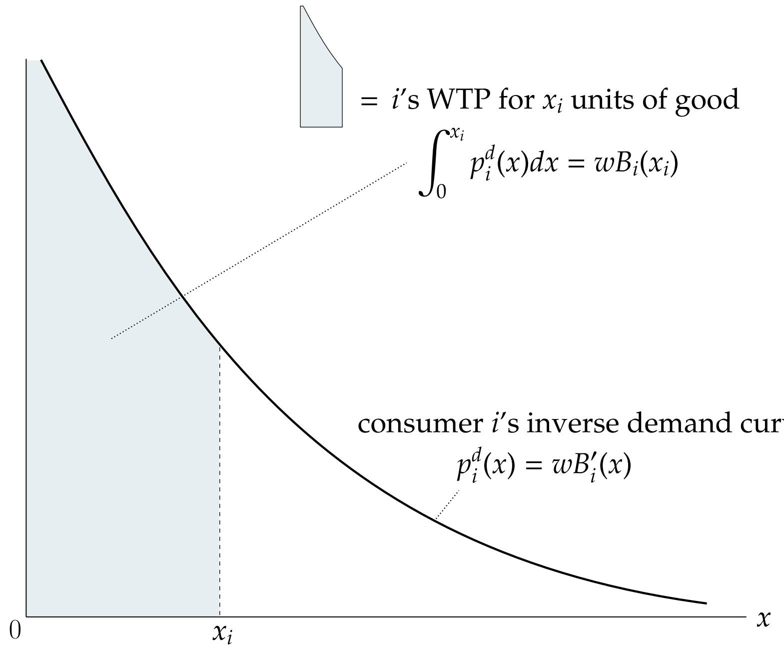

図 1: x_i 単位の財に対する個人 i の支払意思額 $wB_i(x_i)$

（図 1）.

各消費者が市場における取引から得る余剰は，既に述べたように，支払意思額から実際の支払額を差し引いたものである．例えば，ある消費者 i が単位価格 p で売られている財を x_i^c 単位だけ購入する場合，支払意思額は $wB_i(x_i^c) = \int_0^{x_i^c} p_i^d(x)dx$ であるのに対して実際に支払う額は px_i^c になるから，その差額

$$
\begin{aligned}
\mathrm{CS}_i(p, x_i^c) &:= wB_i(x_i^c) - px_i^c \\
&= \int_0^{x_i^c} p_i^d(x)dx - px_i^c
\end{aligned}
\tag{100}
$$

だけの余剰を得ることになる．幾何的に考えると，余剰 $\mathrm{CS}_i(p, x_i^c)$ は「逆需要関数 $p_i^d(x)$ のグラフの下側の面積」から「価格 p と消費量 x_i^c とで囲まれた四角形の面積」を差し引いたものになる[13]（図 2）.

消費者余剰を「集計レベルの」情報のみから測定するには，もうひと工夫が必要である．経済全体で見ると，単位価格 p の下で I 人の消費者がそれぞれ $x_1^c, x_2^c, \ldots, x_I^c$ だけの財を購入した場合，生み出される余剰の合計（すなわち消費者余剰）は

$$
\mathrm{CS}(p, x_1^c, x_2^c, \ldots, x_I^c) := \sum_{i=1}^{I} \mathrm{CS}_i(p, x_i^c) = \sum_{i=1}^{I} \left(\int_0^{x_i^c} p_i^d(x)dx - px_i^c \right) \tag{101}
$$

[13]ちなみに，図 2 から明らかなように，価格 p の下で消費者 i が購入したいと思う量だけ購入・消費することによって（つまり $x_i^c = x_i^d(p)$ の時），その消費者の余剰が最大化される．

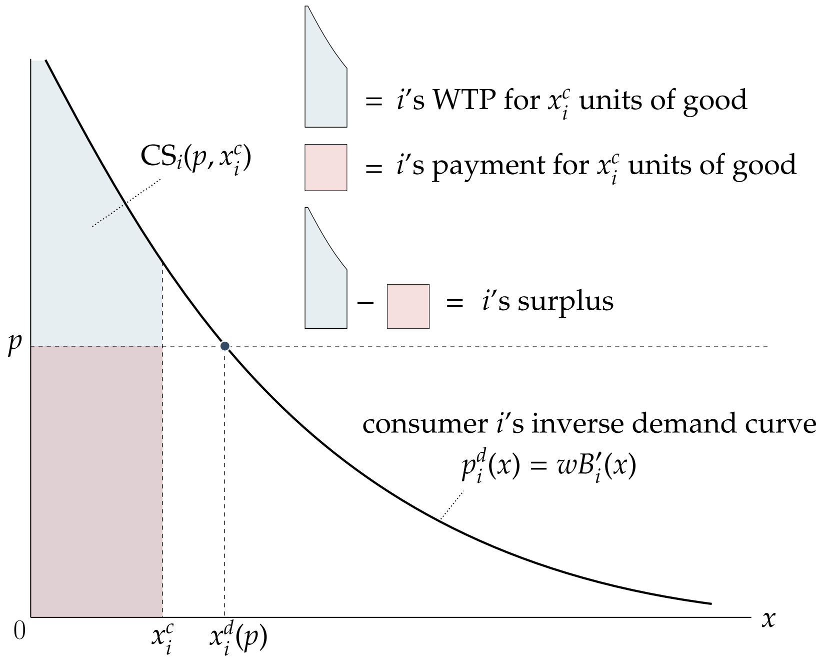

図 2: 単位価格 p の財を x_i^c 単位購入したときの個人 i の余剰 $\mathrm{CS}_i(p, x_i^c)$

である．(101) の右辺は各消費者の逆需要関数 $p_i^d(x)$ や消費量 x_i^c を含んでおり，こういった「個人レベルの」情報は通常手に入らない．したがって，(101) で定義される消費者余剰を計算しようと思えば，右辺を（実際に観察できる）集計レベルの情報と結び付ける必要がある．

次の定理は，(101) の右辺を，逆集計需要関数 $p^d(X)$ や経済全体の総消費量 $X^c := \sum_{i=1}^{I} x_i^c$ といった集計レベルの情報のみを用いて計算できることを示している．

定理 4. 単位価格 p の財を，I 人の消費者がそれぞれ $x_1^c, x_2^c, \ldots, x_I^c$ だけ購入しているとする．各消費者が価格 p のもとで購入したいと思う量だけを購入・消費している（つまり $x_i^c = x_i^d(p)$ である）とき，

$$\mathrm{CS}(p, x_1^c, x_2^c, \ldots, x_I^c) = \int_0^{X^c} p^d(X)dX - pX^c \tag{102}$$

が成り立つ．

証明. まず，消費者 i の逆需要関数 $p_i^d(x)$ が需要関数 $x_i^d(p)$ の逆関数である（つまりグラフを 45 度線で折り返したものである）ことを用いて，

$$\int_0^{x_i^d(p)} p_i^d(x)dx - px_i^d(p) = \int_p^{\infty} x_i^d(p')dp' \tag{103}$$

の関係が，任意の p について成り立つことに注意しよう（図 3–4）．同様に，逆集計需要関数 $p^d(X)$ は集計需要関数 $X^d(p)$ の逆関数であるから，

$$\int_p^\infty X^d(p')dp' = \int_0^{X^d(p)} p^d(X)dX - pX^d(p) \tag{104}$$

が任意の p について成り立つ（$p^d(X)$ と $X^d(p)$ についても図 3–4 のような図を描いてみるとよい）．すると，

$$x_i^c = x_i^d(p) \quad \forall i \in \{1, 2, \ldots, I\} \tag{105}$$

が成り立っているという仮定から，(101) の右辺を

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^I \left(\int_0^{x_i^c} p_i^d(x)dx - px_i^c \right) &\overset{(105)}{=} \sum_{i=1}^I \left(\int_0^{x_i^d(p)} p_i^d(x)dx - px_i^d(p) \right) \\
&\overset{(103)}{=} \sum_{i=1}^I \int_p^\infty x_i^d(p')dp' \\
&= \int_p^\infty \underbrace{\sum_{i=1}^I x_i^d(p')}_{=X^d(p')} dp' \\
&\overset{(104)}{=} \int_0^{X^d(p)} p^d(X)dX - pX^d(p) \\
&\overset{(105)}{=} \int_0^{X^c} p^d(X)dX - pX^c
\end{aligned}$$

のように書き直すことができる．　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**（証明終）**

幾何的に考えると，(102) が意味することは次の通りである．市場における取引の結果として $X^c = \sum_{i=1}^I x_i^c$ だけの財が全体で消費されているとき，その取引によって経済に生み出される消費者余剰の大きさは「逆集計需要関数 $p^d(X)$ のグラフの下側の面積」から「価格 p^* と総消費量 X^c とで囲まれた四角形の面積」を差し引いたものに一致する（図 5）．

繰り返しになるが，ここで重要なことは，(102) の右辺が市場で観察可能な集計レベルの情報だけを用いて計算できるということである．消費者余剰を測定するのに，消費者がどのような選好を持っているかとか，各人がどれだけの財を購入しているかとかいった，個人レベルの情報は一切必要ない．価格の変化に応じて「市場全体で」どれだけの財が需要されるのかさえ分かれば，その市場で生み出される消費者余剰の値を測定することが可能なのである．

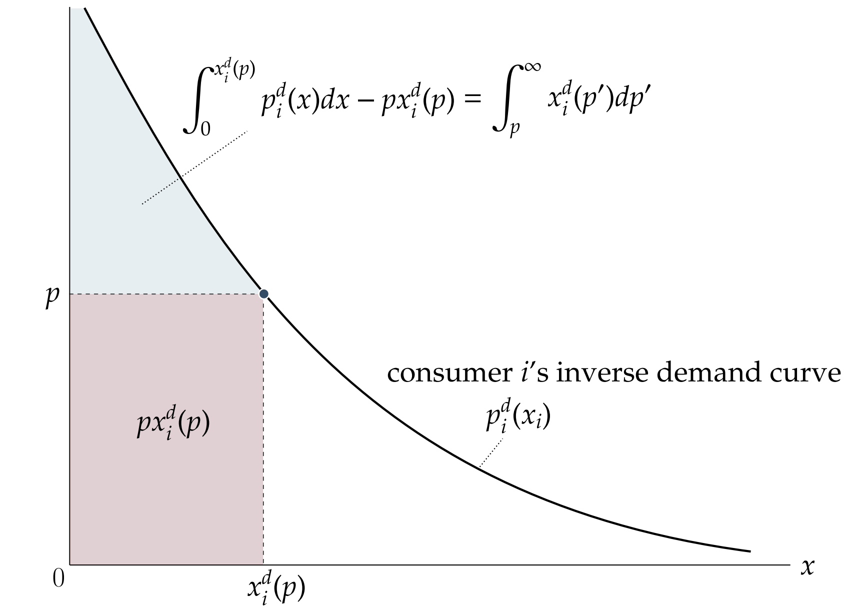

図 3: 逆需要関数 $p_i^d(x)$ の $[0, x_i^d(p)]$ 区間での積分

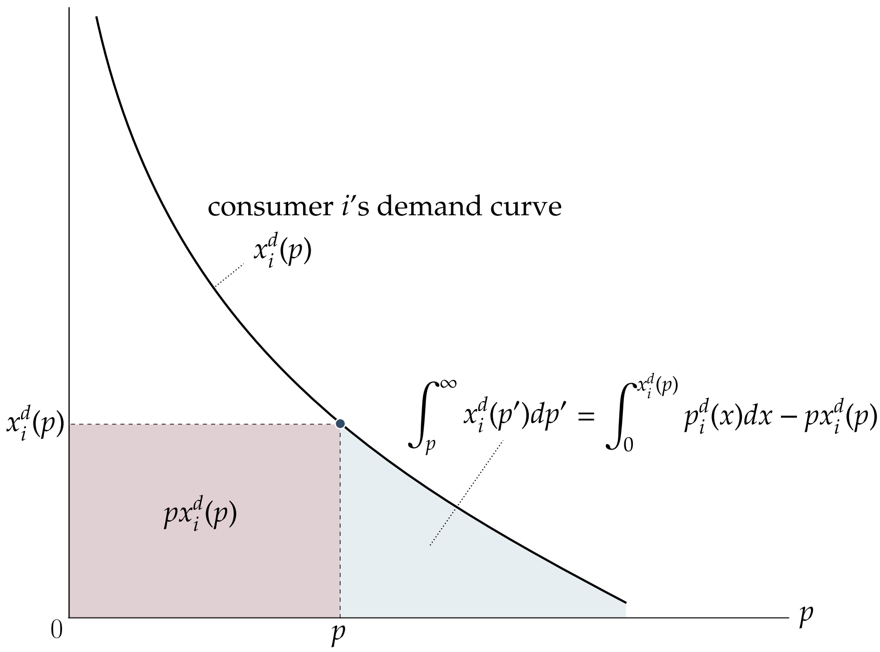

図 4: 需要関数 $x_i^d(p)$ の $[p, \infty)$ 区間での積分

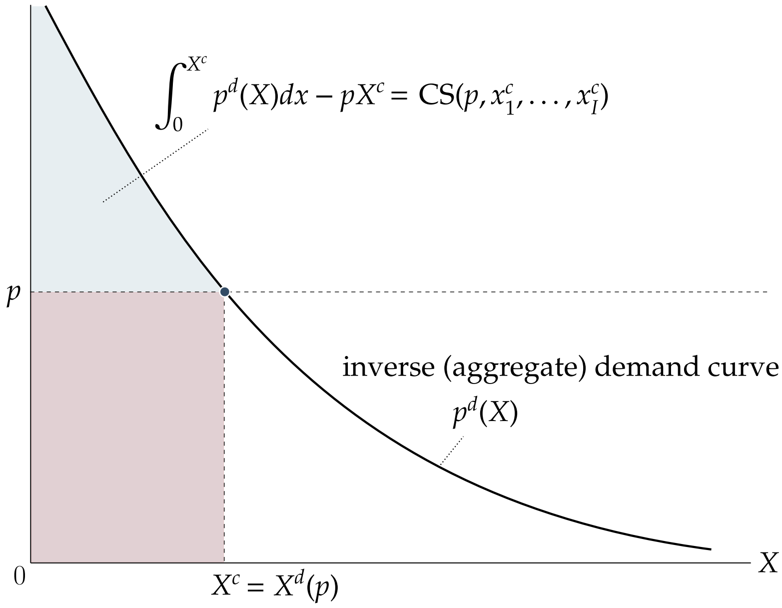

図 5: 単位価格 p の下で財が取り引きされた時の消費者余剰

具体例として，ある財の市場で

$$X^d(p) = \frac{16}{27}\left(\frac{w}{p}\right)^3 \tag{106}$$

のような集計需要関数 $X^d(p)$ が観察されたとする．また，均衡において，財価格と賃金率が

$$p^* = (8/9)^{1/2}, \quad w^* = 1$$

であったとする．我々が知り得る情報はこれだけだとして，均衡における消費者余剰を計算してみよう．もちろん，消費者余剰の定義（(100) および (101)）には各消費者の選好や消費量が含まれているので，上の情報だけでは消費者余剰を直接計算することはできない．そこで定理 4 を用いる．定理 4 を用いるには，逆集計需要関数 $p^d(X)$ と総消費量 $X^d(p^*)$ を求める必要がある．まず，集計需要関数が (106) で与えられているとき，$X^d(p) = X$ とおいて p について解くと

$$X^d(p) = X \iff \frac{16}{27}\left(\frac{w}{p}\right)^3 = X \iff p = w\left(\frac{16}{27}\right)^{1/3} X^{-1/3}$$

であるから，逆集計需要関数は

$$p^d(X) := w\left(\frac{16}{27}\right)^{1/3} X^{-1/3}$$

である．また，均衡における総消費量は，集計需要関数と均衡価格とをあわせれば

$$X^d(p^*) = \frac{16}{27}\left(\frac{w^*}{p^*}\right)^3 = \frac{16}{27}\left(\left(\frac{8}{9}\right)^{-1/2}\right)^3 = 2^{-1/2}$$

である．すると定理 4 から，均衡における消費者余剰は

$$\begin{aligned}\int_0^{X^d(p^*)} p^d(X)dX - p^*X^d(p^*) &= \int_0^{X^d(p^*)} w^*\left(\frac{16}{27}\right)^{1/3} X^{-1/3}dX - p^*X^d(p^*) \\ &= w^*\left(\frac{16}{27}\right)^{1/3}\int_0^{X^d(p^*)}\frac{d}{dX}\left(\frac{3}{2}X^{2/3}\right)dX - p^*X^d(p^*) \\ &= w^*\left(\frac{16}{27}\right)^{1/3}\frac{3}{2}(X^d(p^*))^{2/3} - p^*X^d(p^*) \\ &= w^*2^{1/3}(X^d(p^*))^{2/3} - p^*X^d(p^*) \\ &= w^*2^{1/3}(2^{-1/2})^{2/3} - p^*2^{-1/2} \\ &= w^* - p^*2^{-1/2} \\ &= 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{1/2} 2^{-1/2} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned} \tag{107}$$

のように計算できる．

3.3 生産者余剰の測定

生産者余剰についても，同様のアイディアに基づいて測定することが可能である．たとえば，ある企業 j が x_j^p 単位の財を生産し，その全てを単位価格 p で販売できたとしよう．このとき，企業 j が得る余剰は

$$\mathrm{PS}_j(p, x_j^p) := px_j^p - wC_j(x_j^p) \tag{108}$$

のように表わされる．この式の $wC_j(x_j^p)$ は，企業 j が x_j^p 単位の財を生産するのにかけた費用である．一方で，生産した x_j^p 単位の財を単位価格 p で販売できたのだから，売上は合計で px_j^p である．したがって，企業 j の手元に残る余剰は $px_j^p - wC_j(x_j^p)$ になる．この説明から明らかなように，生産者が市場における取引から得る余剰はその企業の利潤に他ならない．

企業の生産費用（つまり生産技術）は私的情報であるから，(108) の右辺の値は直接的には観察できない．しかし，消費者の支払意思額がそうであったように，企業の生産費用についても，市場における企業の行動を観察することによって推し測ることが可能である．より具体的には，市場で観察される供給関数（の逆関

数）を用いて，企業の生産費用を推測することができる．この点を確認するために，企業 j の供給関数を $x_j^s(p)$，その逆関数を $p_j^s(p)$ と書こう[14]．既に生産者理論の中で学んだように，財市場における価格 p と企業 j の供給量 x_j との間には

$$p = wC_j'(x_j) \tag{109}$$

という関係が常に成り立つのであった．この方程式を，x_j について解いたもの（つまり p の値に応じて x_j の値が決まる関係として見たもの）が供給関数 $x_j^s(p,w)$ であり，同じ方程式を逆向きに見たもの（つまり x_j の値に応じて p の値が決まる関係として見たもの）がその逆関数 $p_j^s(x_j)$ である．(109) は既に p について解かれているので，これをそのまま用いて，

$$p_j^s(x_j) := wC_j'(x_j)$$

のように供給関数の逆関数を得る．この式の右辺を見ると，我々が知りたい情報（つまり生産費用 $wC_j(x_j)$）を微分したものであることに気付く．そこで，これを積分することによって，

$$\int_0^{x_j} p_j^s(x)dx = \int_0^{x_j} wC_j'(x)dx = wC_j(x_j) - wC_j(0) = wC_j(x_j)$$

のように，x_j 単位の生産に必要な費用 $wC_j(x_j)$ を計算することができる．つまり，市場における企業の行動 $p_j^s(x)$ を観察することで，企業の生産費用に関する私的な情報 $wC_j(x_j)$ を推測することができるのである．これは幾何的には，逆供給関数 $p_j^s(x_j)$ のグラフの下側の面積が生産費用を表わすことを意味している（図 6）．したがって，x_j^p 単位の財を生産・販売したときに企業 j が得る余剰は

$$\mathrm{PS}_j(p, x_j^p) = px_j^p - \int_0^{x_j} p_j^s(x)dx$$

のように表わすことができ，これは「価格 p と生産量 x_j^p とで囲まれた四角形の面積」から「逆供給関数 $p_j^s(x_j)$ のグラフの下側の面積」を差し引いたものに一致する．ちなみに，図 6 から明らかなように，価格 p の下で企業 j が生産したいと思う量だけ生産・販売することによって（つまり $x_j^p = x_j^s(p)$ の時），その企業の余剰が最大化されることに注意しておく．

生産者余剰についても「集計レベルの」情報のみから測定するには工夫が必要である．経済全体で見ると，例えば J 個の企業がそれぞれ $x_1^p, x_2^p, \ldots, x_J^p$ だけの財

[14]企業の供給量は価格 p のみならず賃金率 w にも依存するので，本来は $x_j^s(w,p)$ と書くべきであるが，表記が煩雑になるを避けるため $x_j^s(p)$ と書くことにする．

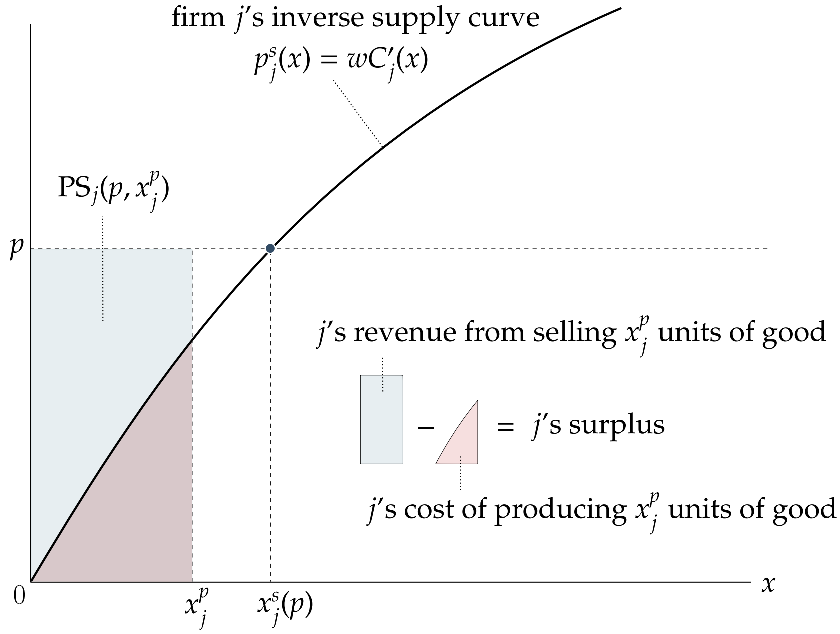

図 6: 単位価格 p の財を x_j^p 単位だけ生産・販売したときの企業 j の余剰 $\mathrm{PS}_i(p, x_j^p)$

を（単位価格 p で）販売した場合，それによって生産者が得る余剰の合計は

$$\mathrm{PS}(p, x_1^p, x_2^p, \ldots, x_J^p) := \sum_{j=1}^{J} \mathrm{PS}_j(p, x_j^p) = \sum_{j=1}^{J} \left(p x_j^p - \int_0^{x_j^p} p_j^s(x) dx \right) \tag{110}$$

となる．しかし (110) の右辺には，個別の企業の逆供給関数 $p_j^s(x_j)$ や供給量 x_j^p が含まれており，こういった「企業レベルの」情報は必ずしも公開されていない．生産者余剰を測定するためには，(110) の右辺を集計レベルの情報（つまり逆集計供給関数 $p^s(X)$ や経済全体の総生産量 $X^p := \sum_{j=1}^{J} x_j^p$）と結び付ける必要がある．

定理 5. 単位価格 p の財を，J 個の企業がそれぞれ $x_1^p, x_2^p, \ldots, x_J^p$ だけ販売しているとする．各企業が価格 p のもとで生産したいと思う量だけを生産・販売している（つまり $x_j^p = x_j^s(p)$ である）とき，

$$\mathrm{PS}(p, x_1^p, x_2^p, \ldots, x_J^p) = pX^p - \int_0^{X^p} p^s(X) dX \tag{111}$$

が成り立つ．

定理 5 の証明は定理 4 と同様である．幾何的に考えると，(111) が意味することは次の通りである．市場における取引の結果として $X^p = \sum_{j=1}^{J} x_j^p$ だけの財が全体で生産されているとき，その取引によって経済に生み出される生産者余剰の

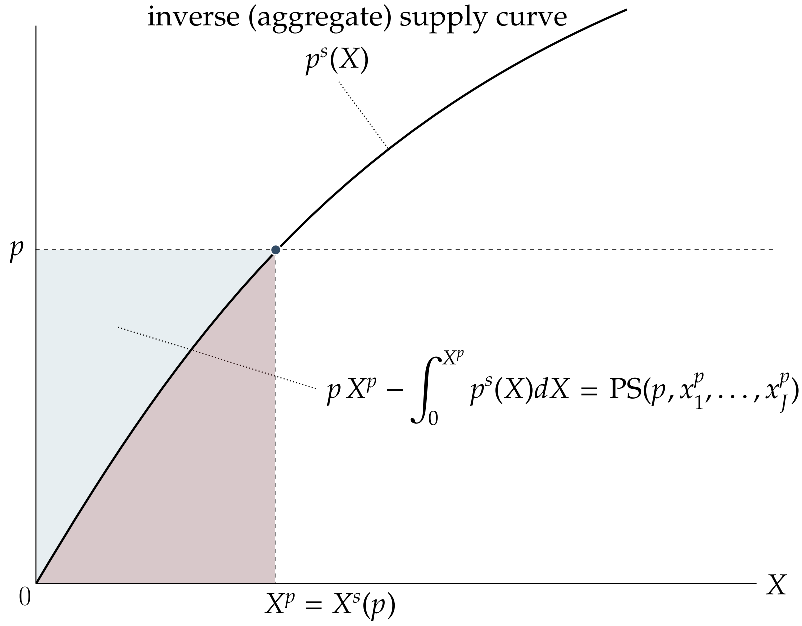

図 7: 単位価格 p の下で財が取り引きされた時の生産者余剰

大きさは「価格 p と総生産量 X^p とで囲まれた四角形の面積」から「逆集計供給関数 $p^s(X)$ のグラフの下側の面積」を差し引いたものに一致する（図 7）．繰り返しになるが，ここで重要なことは，(111) の右辺が市場で観察可能な集計レベルの情報だけを用いて計算できるということである．生産者余剰を測定するのに，各企業がどのような生産技術を持っているかとか，それぞれがどれだけの財を販売しているのかといった，企業レベルの情報は一切必要ない．価格の変化に応じて「市場全体で」どれだけの財が供給されるのかさえ分かれば，その市場で生み出される生産者余剰を測定することが可能なのである．

生産者余剰の計算についても，具体的な例を挙げておこう．ある財の市場で

$$X^s(p) = \frac{54}{64}\left(\frac{p}{w}\right)^3 \tag{112}$$

のような集計供給関数 $X^s(p)$ が観察されたとする．また，均衡価格が

$$p^* = (8/9)^{1/2}, \quad w^* = 1$$

であったとする．我々が知り得る情報はこれだけだとして，均衡における生産者余剰を計算してみよう．生産者余剰の定義（(108) および (110)）には各企業の技術や生産量が含まれているので，定理 5 を用いるとよい．まず，$X^s(p) = X$ とお

いて p について解くと

$$X^s(p) = X \iff \frac{54}{64}\left(\frac{p}{w}\right)^3 = X \iff p = w\left(\frac{64}{54}\right)^{1/3} X^{1/3}$$

であるから，逆集計需要関数は

$$p^s(X) := w\left(\frac{64}{54}\right)^{1/3} X^{1/3}$$

である．また，均衡における総生産量は，集計供給関数と均衡価格とをあわせれば

$$X^s(p^*) = \frac{54}{64}\left(\frac{p^*}{w^*}\right)^3 = \frac{54}{64}\left(\left(\frac{8}{9}\right)^{1/2}\right)^3 = 2^{-1/2}$$

である．すると定理 5 から，均衡における生産者余剰は

$$\begin{aligned}
p^*X^s(p^*) - \int_0^{X^s(p^*)} p^s(X)dX &= p^*X^s(p^*) - \int_0^{X^s(p^*)} w^*\left(\frac{64}{54}\right)^{1/3} X^{1/3}dX \\
&= p^*X^s(p^*) - w^*\left(\frac{64}{54}\right)^{1/3}\int_0^{X^s(p^*)} \frac{d}{dX}\left(\frac{3}{4}X^{4/3}\right)dX \\
&= p^*X^s(p^*) - w^*\left(\frac{64}{54}\right)^{1/3}\frac{3}{4}(X^s(p^*))^{4/3} \\
&= p^*X^s(p^*) - w^*2^{-1/3}(X^s(p^*))^{4/3} \\
&= p^*2^{-1/2} - w^*2^{-1/3}(2^{-1/2})^{4/3} \\
&= \left(\frac{8}{9}\right)^{1/2} - 2^{-1} \\
&= \frac{1}{6} \qquad (113)
\end{aligned}$$

のように計算できる．

3.4 社会余剰の測定（競争均衡）

既に予告しておいたように，消費者余剰と生産者余剰を測定することによって，我々は間接的に社会余剰を測定することができる．とくに，政府によって税金などが課されていない場合には，消費者余剰と生産者余剰とを単純に足し合わせたものが社会余剰（を金銭価値で表わしたもの）に一致する．

例えば，市場における取引の結果として，均衡価格 (p^*, w^*) の下である配分 $a = ((x_i^c, r_i)_{i=1}^I, (z_j, x_j^p)_{j=1}^J)$ が実現したとしよう．このとき，集計レベルの消費量 $X^c := \sum_{i=1}^I x_i^c$ と集計レベルの生産量 $X^p := \sum_{j=1}^J x_j^p$ とが一致することに注意す

ると，消費者余剰と生産者余剰の和は，

$$\begin{aligned}
&\mathrm{CS}(p^*, x_1^c, \ldots, x_I^c) + \mathrm{PS}(p^*, x_1^p, \ldots, x_J^p) \\
&= \sum_{i=1}^{I} (w^* B_i(x_i^c) - p^* x_i^c) + \sum_{j=1}^{J} \left(p^* x_j^p - w^* C_j(x_j^p)\right) \\
&= w^* \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{I} B_i(x_i^c) - \sum_{j=1}^{J} C_j(x_j^p)\right)}_{=V(a)} + p^* \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{J} x_j^p - \sum_{i=1}^{I} x_i^c\right)}_{=X^p - X^c = 0} \\
&= w^* V(a)
\end{aligned} \tag{114}$$

のように表わすことができる．この式の右辺に登場する $w^*V(a)$ は，配分 a の下で生み出される社会余剰を金銭価値で表わしたものである．社会余剰 $V(a)$ が，配分 a の価値を「時間」の単位で表現したものであったことを思い出そう．配分 a のもとで社会全体で生み出される価値は，それと等価な余暇時間に換算すると，合計 $V(a)$ 時間に相当する．これを金銭価値に変換するためには，$V(a)$ に時間の単位価格（つまり一時間あたりどれだけのお金と交換できるか）を掛けてやればよい[15]．時間の単位価格は賃金率 w^* であるから，価格 w^* と数量 $V(a)$ を掛け合わせることで，社会余剰の金銭価値を $w^*V(a)$ のように表現できる（一時間あたり w^* だけの金銭価値を持つものが $V(a)$ 時間だけ生み出される）のである．なお，(114) は前節の (102) や (111) と合わせて考えると

$$\int_0^{X^*} p^d(X)dX - \int_0^{X^*} p^s(X)dX = w^* V(a) \tag{115}$$

のように書くこともできる．ただしここで，$X^* := X^c = X^p$ は均衡における総消費量（総生産量）である．したがって幾何的には，需要曲線の下側の面積から供給曲線の下側の面積を差し引いたものが社会余剰の金銭価値 $w^*V(a)$ に相当する（図 8）．

具体例を用いて実際に社会余剰を計算してみよう．ある財の市場で

$$X^d(p) = \frac{16}{27}\left(\frac{w}{p}\right)^3, \quad X^s(p) = \frac{54}{64}\left(\frac{p}{w}\right)^3 \tag{116}$$

のような集計需要関数 $X^d(p)$ と集計供給関数 $X^s(p)$ が観察されたとする．また，

[15] 仮に $V(a)$ が社会余剰の価値を（たとえば配分 a の下で経済全体で生み出される価値はリンゴ $V(a)$ 個分である，といったように）リンゴの単位で測っていたとすると，それを金銭価値に直すためにはリンゴの単位価格（リンゴ一個あたりどれだけのお金と交換できるか）を $V(a)$ に掛けることになる．

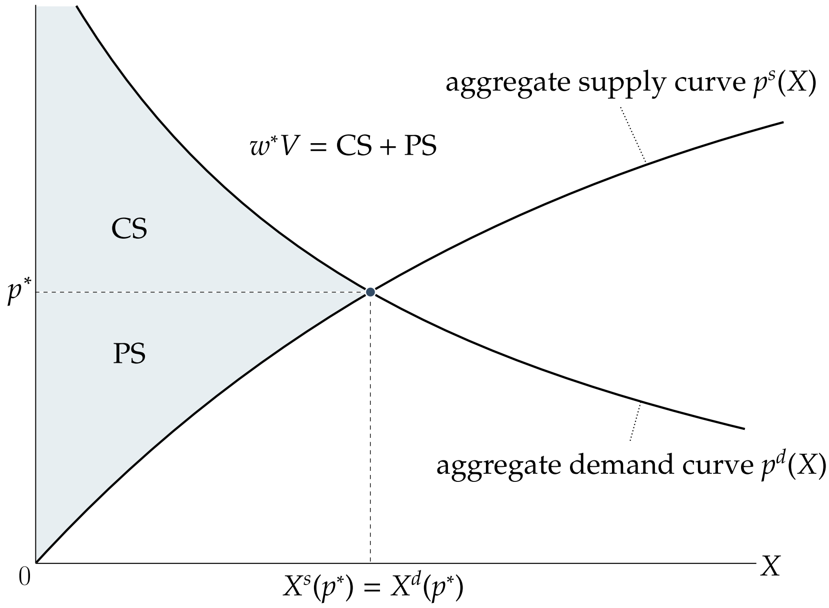

図 8: 競争均衡と社会余剰

競争均衡において，財価格と賃金率が

$$p^* = (8/9)^{1/2}, \quad w^* = 1$$

であったとする．我々が知り得る情報はこれだけだとして，競争均衡における社会余剰を計算してみよう．3.2 節の具体例 (107) から，競争均衡における消費者余剰は

$$\int_0^{X^*} p^d(X)dX - p^*X^* = \frac{1}{3}$$

である．一方，生産者余剰は 3.3 節の具体例 (113) から，

$$p^*X^* - \int_0^{X^*} p^s(X)dX = \frac{1}{6}$$

である．よって，競争均衡で実現する社会余剰（の金銭価値）は

$$\underbrace{\int_0^{X^*} p^d(X)dX - p^*X^*}_{\text{消費者余剰}} + \underbrace{p^*X^* - \int_0^{X^*} p^s(X)dX}_{\text{生産者余剰}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

のように計算することができる．ちなみに，この例は 1.2 節や 2.2 節で考えた具体例（二人の消費者と二つの企業からなる市場）の競争均衡（$\phi = 0$ のケース）に

対応している．ここで集計レベルの情報のみを用いて求めた社会余剰の値が，2.2 節で消費者の選好や企業の技術に関する情報に基づいて求めた値（つまり (92) で $\phi = 0$ としたもの）に一致することを確認してほしい．

3.5　社会余剰の測定（補助金政策の影響）

いささか注意が必要なのは，補助金政策や課税政策によって政府支出や政府収入が発生する場合である．そのような場合，消費者余剰と生産者余剰の和は社会余剰（を金銭評価したもの）に一致しない．例えば 1 節で扱った補助金政策を考えた場合，消費者余剰の計算方法に変化はないが，生産者余剰が補助金の影響を直接受けることになる．雇用に対する補助金率を $\phi \in [0, 1)$ とすると，企業 j が x_j^p 単位の財を生産するのに支払う費用は $wC_j(x_j^p)$ ではなく $w(1-\phi)C_j(x_j^p)$ である．したがって，x_j^p 単位の財を単位価格 p で販売した場合にこの企業が得る余剰（すなわち利潤）は

$$\mathrm{PS}_j(p, x_j^p, \phi) = px_j^p - w(1-\phi)C_j(x_j^p)$$

と書ける．経済全体で見ると，生産者余剰は

$$\mathrm{PS}(p, x_1^p, \ldots, x_J^p, \phi) = \sum_{j=1}^{J} \mathrm{PS}_j(p, x_j^p, \phi) = \sum_{j=1}^{J} \Big(px_j^p - w(1-\phi)C_j(x_j^p)\Big)$$

であるから，これを均衡における消費者余剰に加えると

$$\begin{aligned}
&\mathrm{CS}(p^*, x_1^c, \ldots, x_I^c) + \mathrm{PS}(p^*, x_1^p, \ldots, x_J^p, \phi) \\
&= \sum_{i=1}^{I} (w^* B_i(x_i^c) - p^* x_i^c) + \sum_{j=1}^{J} (p^* x_j^p - w^*(1-\phi)C_j(x_j^p)) \\
&= w^* \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{I} B_i(x_i^c) - \sum_{j=1}^{J} C_j(x_j^p)\right)}_{=V(a(\phi))} + p^* \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{J} x_j^p - \sum_{i=1}^{I} x_i^c\right)}_{=X^p - X^c = 0} + \sum_{j=1}^{J} \phi w^* \underbrace{C_j(x_j^p)}_{=z_j^d(w^*, p^*, \phi)} \\
&= w^* V(a(\phi)) + \sum_{j=1}^{J} \phi w^* z_j^d(w^*, p^*, \phi) \qquad (117)
\end{aligned}$$

となり，その合計値は社会余剰を上回ってしまう．これは，消費者余剰や生産者余剰の中に，補助金政策の費用が含まれていないからである．1 節で述べたように，企業に支払われる補助金は，直接的には政府支出によって賄われるが，最終的には消費者が一括税 τ_i という形で負担することになる．徴収される一括税の総額は

企業に支払われる補助金総額に一致するから，

$$T^* := \sum_{i=1}^{I} \tau_i = \sum_{j=1}^{J} \underbrace{\phi w^* z_j^d(w^*, p^*, \phi)}_{\text{企業 } j \text{ に支払われる補助金}}$$

が，消費者が（政府を介して間接的に）負担する費用の総額である．この費用は，市場における取引とは別に負担されるものであるから，消費者余剰や生産者余剰によって補足することができない．したがって，政策によって社会全体に生み出される価値を測定するためには，市場で観察される余剰から（市場では観察されない）政策の費用 T^* を差し引く必要がある．このことは，(117) が

$$w^* V(a(\phi)) = \mathrm{CS}(p^*, x_1^c, \ldots, x_I^c) + \mathrm{PS}(p^*, x_1^p, \ldots, x_J^p, \phi) - T^* \tag{118}$$

のように書き換えることができることからも明らかであろう．このケースでは，消費者余剰 CS と生産者余剰 PS の和から政策の費用 T^* を減じたものが，社会余剰 $w^* V(a)$ に一致するのである[16].

たった今導出した (118) を念頭に，補助金政策の影響をもう少し詳しく分析しておこう．1.2 節で考えた具体例（二人の消費者と二つの企業からなる市場）で，補助金政策（$\phi > 0$ のケース）を考える．この例では，企業 $j \in \{1, 2\}$ の供給関数は，(33) で示したように

$$x_j^s(p, w) := \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1-\phi)w} \right)^3$$

と書けるのであった．したがって，集計供給関数は

$$X^s(w, p) := \sum_{j=1}^{2} x_j^s(w, p) = 2 \left(\frac{3}{4} \frac{p}{(1-\phi)w} \right)^3$$

であり，その逆関数

$$p^s(X) = \frac{2^{5/3}}{3} w (1-\phi) X^{1/3}$$

が逆集計供給関数である．一方，消費者 $i \in \{1, 2\}$ の需要関数は，(37) で示したように

$$x_i^d(p, w) := \left(\frac{2}{3} \frac{w}{p} \right)^3$$

[16]同様のロジックから，逆に消費税などによって政府が税収を得る場合，社会余剰を計算するためには消費者余剰と生産者余剰の和に税収を（減じるのではなく）加えなければならないことも容易に理解されよう．

である．したがって，集計需要関数は

$$X^d(p,w) := \sum_{i=1}^{2} x_i^d(p,w) = 2\left(\frac{2}{3}\frac{w}{p}\right)^3$$

であり，その逆関数

$$p^d(X) = \frac{2^{4/3}}{3} w X^{-1/3}$$

が逆集計需要関数である．したがって均衡価格は，(40) で求めたように

$$\begin{aligned} X^d(p^*,w^*) = X^s(w^*,p^*) &\iff 2\left(\frac{2}{3}\frac{w^*}{p^*}\right)^3 = 2\left(\frac{3}{4}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^3 \\ &\iff \frac{p^*}{w^*} = \left(\frac{8}{9}(1-\phi)\right)^{1/2} \end{aligned} \tag{119}$$

であり，均衡における総消費量（総生産量）は

$$X^d(p^*,w^*) = \underbrace{2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2}}_{=:X^*} = X^s(w^*,p^*)$$

のように求まる．したがって，均衡における消費者余剰を

$$\begin{aligned} \int_0^{X^*} p^d(X)dX - p^*X^* &= \int_0^{X^*} \frac{2^{4/3}}{3} w^* X^{-1/3} dX - p^*X^* \\ &= \frac{2^{4/3}}{3} w^* \int_0^{X^*} \frac{d}{dX}\left(\frac{3}{2}X^{2/3}\right) dX - p^*X^* \\ &= \frac{2^{4/3}}{3} w^* \frac{3}{2}(X^*)^{2/3} - p^*X^* \\ &= 2^{1/3} w^* \left(2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2}\right)^{2/3} - p^* 2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2} \\ &= w^*\left(\frac{1}{1-\phi} - \frac{p^*}{w^*} 2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2}\right) \\ &= w^*\left(\frac{1}{1-\phi} - \left(\frac{8}{9}(1-\phi)\right)^{1/2} 2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2}\right) \\ &= w^* \frac{1}{3}\frac{1}{1-\phi} \end{aligned} \tag{120}$$

のように表現することができる．一方，均衡における生産者余剰は

$$
\begin{aligned}
p^*X^* - \int_0^{X^*} p^s(X)dX &= p^*X^* - \int_0^{X^*} \frac{2^{5/3}}{3} w^*(1-\phi)X^{1/3}dX \\
&= p^*X^* - \frac{2^{5/3}}{3} w^*(1-\phi) \int_0^{X^*} \frac{d}{dX}\left(\frac{3}{4}X^{4/3}\right)dX \\
&= p^*X^* - \frac{2^{5/3}}{3} w^*(1-\phi)\frac{3}{4}(X^*)^{4/3} \\
&= p^* 2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2} - 2^{-1/3}w^*(1-\phi)\left(2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2}\right)^{4/3} \\
&= w^*\left(\frac{p^*}{w^*}2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2} - \frac{1}{2}\frac{1}{1-\phi}\right) \\
&= w^*\left(\left(\frac{8}{9}(1-\phi)\right)^{1/2} 2^{-1/2}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{3/2} - \frac{1}{2}\frac{1}{1-\phi}\right) \\
&= w^*\frac{1}{6}\frac{1}{1-\phi} \qquad (121)
\end{aligned}
$$

のように表現することができる．(120) や (121) を見ると，補助金率 $\phi \in [0, 1)$ が上昇すると消費者余剰も生産者余剰も増加することが分かる．これは，政府が補助金政策を導入することによって「市場から得る余剰」は消費者についても生産者についても増加するということである．企業は補助金の分だけより低コストで労働力を調達できるようになるから，より多くの財を生産・供給する（したがってより多くの雇用を生み出す）ようになり，結果として利潤（生産者余剰）が高まる．これに伴って財の市場価格が低下し，消費者は同じ財をより低価格で購入できるようになり（同じだけの価値をより少ない支払いで得られるようになり），消費者余剰が高まる．さらには，それまではその財を購入できなかったような消費者も，価格が低下することで財を消費できるようになるだろう．このように消費者余剰と生産者余剰のいずれも高めることができるのだとすると，政府は積極的に市場に介入して補助金を導入すべきである，と考える人もいるかもしれない．

しかし既に 2.2 節で見たように，補助金政策は（消費者余剰と生産者余剰の両方を増加させるにも関わらず）社会余剰を減少させる．というのも，上で強調したように，市場で観察される余剰には補助金政策の費用が含まれていないからである．企業の労働需要関数は，(44) で求めたように

$$
z_j^d(w, p) := \left(\frac{3}{4}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^4
$$

であったから，政府は各企業に $\phi w^* z_j^d(w^*, p^*)$ だけの補助金を支払わなければなら

ない．よって補助金政策の費用（企業に支払われる補助金の合計）は，

$$\begin{aligned} T^* &:= \sum_{j=1}^{2} \phi w^* z_j^d(w^*, p^*, \phi) \\ &= 2\phi w^* \left(\frac{3}{4}\frac{1}{1-\phi}\frac{p^*}{w^*}\right)^4 \\ &= 2\phi w^* \left(\frac{3}{4}\frac{1}{1-\phi}\left(\frac{8}{9}(1-\phi)\right)^{1/2}\right)^4 \\ &= w^* \frac{1}{2}\frac{\phi}{(1-\phi)^2} \end{aligned} \tag{122}$$

である．消費者余剰と生産者余剰を高めるために，政府（そして最終的には消費者）は (122) だけの費用を支払っていることになる[17]．したがって社会余剰の金銭価値は，(118) により

$$\begin{aligned} w^* V(a(\phi)) &= \underbrace{w^* \frac{1}{3}\frac{1}{1-\phi}}_{\text{消費者余剰}} + \underbrace{w^* \frac{1}{6}\frac{1}{1-\phi}}_{\text{生産者余剰}} - \underbrace{w^* \frac{1}{2}\frac{\phi}{(1-\phi)^2}}_{\text{政策の費用}} \\ &= w^* \frac{1}{2}\frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2} \end{aligned} \tag{123}$$

となる[18]．この式の右辺は ϕ の減少関数になっているから，既に (92) でも言及した通り，補助金政策の導入によって社会余剰を増加させることはできない．補助金政策はたしかに市場で生み出される余剰を高めるが，そのために必要な政策の費用まで含めて考えると「割に合わない」のである．

[17] この費用が補助金率 ϕ の増加関数になっていることに注意されたい．

[18] これが 2.2 節で求めた社会余剰の値 (92) に一致していることを確認してほしい．