中級ミクロ経済学II：課題 11

提出期限：1 月 25 日 *

1. 二人の消費者と二つの企業とからなる市場を考えよう．消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財の購入量を x_i とし，所得 M_i から購入代金を引いた残金を $y_i := M_i - px_i$ と書こう．ここで p は財の単位価格である．消費者 1 の選好は

$$U^1(x_1, y_1) := 4x_1 - \frac{3}{4}x_1^2 + y_1 \tag{1}$$

のような効用関数によって，消費者 2 の選好は

$$U^2(x_2, y_2) := -2 + \frac{8}{3}x_2 - x_2^2 + \frac{2}{3}y_2 \tag{2}$$

のような効用関数によって代表されているものとする．一方，企業 1 の生産技術は

$$c_1(x_1) := \frac{2}{3}x_1^2 \tag{3}$$

のような費用関数によって，企業 2 の生産技術は

$$c_2(x_2) := 2x_2^2 \tag{4}$$

のような費用関数によって代表されているものとする．

(a) 消費者 $i \in \{1, 2\}$ について
   i. x_i 単位の財に対する支払意思額 $b_i(x_i)$ を求めなさい．
   ii. 需要関数 $x_i^d(p)$ を求めなさい．

(b) 集計需要関数 $X^d(p)$ を求めなさい．また，集計需要量のうちで消費者 $i \in \{1, 2\}$ の需要量が占める割合 $x_i^d(p)/X^d(p)$ を計算しなさい．

(c) 逆集計需要関数 $p^d(X)$ を求めなさい．

(d) 企業 $j \in \{1, 2\}$ について供給関数 $x_j^s(p)$ を求めなさい．

(e) 集計供給関数 $X^s(p)$ を求めなさい．また，集計供給量のうちで企業 $j \in \{1, 2\}$ の供給量が占める割合 $x_j^s(p)/X^s(p)$ を計算しなさい．

(f) 逆集計供給関数 $p^s(X)$ を求めなさい．

(g) $p^d(X)$ と $p^s(X)$ のグラフをひとつの図に描きなさい．

(h) 競争均衡価格 p_* および，均衡における総生産量（総消費量）X_* を求めなさい．また，均衡における配分 $a_* := (x_1^d(p_*), x_2^d(p_*), x_1^s(p_*), x_2^s(p_*))$ および社会余剰 $V(a_*)$ を求めなさい．

---

*氏名と学生証番号を明記し，なるべく pdf ファイル形式にして，Classroom 上に提出して下さい．

(i) 市場を介さずに二人の消費者の間で合計 X 単位の財を分け合うことを考える．つまり，消費者 i の取り分を x_i^c として，$x_1^c + x_2^c = X$ を満たす (x_1^c, x_2^c) の組を考える．実現できる合計便益 $\sum_{i=1}^2 b_i(x_i^c)$ の最大値を X の関数（その関数を $b(X)$ と呼ぼう）として求めなさい．

(j) 市場を介さずに二つの企業で合計 X 単位の財を生産することを考える．つまり，企業 j の生産量を x_j^p として，$x_1^p + x_2^p = X$ を満たす (x_1^p, x_2^p) の組を考える．必要な合計費用 $\sum_{j=1}^2 c_j(x_j^p)$ の最小値を X の関数（その関数を $c(X)$ と呼ぼう）として求めなさい．

(k) 導関数 $b'(X)$ と導関数 $c'(X)$ のグラフをひとつの図に描きなさい．

(l) 市場を介さずにこの経済で X 単位の財を「うまく」生産・消費したときに（つまり費用を最小にするように二つの企業に生産タスクを割り当て，便益を最大にするように財を二人の消費者に分配したときに）生み出される純便益を $\bar{V}(X)$ と書く．つまり，上の設問で求めた $b(X)$ と $c(X)$ を用いて，

$$\bar{V}(X) := b(X) - c(X)$$

で $\bar{V}(X)$ を定義する．$\bar{V}(X)$ を最大にするような生産・消費量 X を求め，最大化された $\bar{V}(X)$ の値を計算しなさい．

2. 講義ノートの定理 1（競争均衡において実現する配分は，実現可能な配分の中で最も高い社会余剰をもたらすこと）を証明しなさい．